

# Kommunikationssysteme

Daniel Hösl, S. Ryffel

8. April 2006

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
1.1	Kommunikationsprozess . . . . .	4
1.2	OSI-Modell . . . . .	4
1.3	TCP/IP-Modell . . . . .	5
1.4	Kanal . . . . .	5
1.5	Mediumszugriff . . . . .	5
1.6	Leitungs und Paketvermittlung . . . . .	5
1.7	Topologien und Hierarchie . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Informatinstheorie</b>	<b>6</b>
2.1	Informationsgehalt . . . . .	6
2.2	Entropie . . . . .	6
2.3	Quellencodierung . . . . .	7
2.4	Datenkomprimierung . . . . .	7
2.4.1	Huffman Codierung . . . . .	7
2.5	Gedächtnis . . . . .	8
2.6	Wechselseitige Information (mutual information) . . . . .	8
2.7	Kanalkapazität . . . . .	8
2.8	Kanalcodierung . . . . .	8
2.8.1	Shannon's Kanalcodierungstheorem . . . . .	8
2.8.2	Repetitionscode . . . . .	9
2.9	Shannons Theorem der Informationstheorie . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Signalraumanalyse</b>	<b>9</b>
3.1	Geometrische Darstellung von Signalen . . . . .	9
3.2	Signalraumdarstellung . . . . .	9
3.3	Eigenschaften des Signalraums . . . . .	9
3.4	Gram-Schmidt-Verfahren zum berechnen der Basis eines Signalraums . . . . .	10
3.5	Der Additive White Gaussian Noise Kanal (AWGN) . . . . .	10
3.5.1	Gaussverteilt, weisses Rauschen . . . . .	11
3.6	Statistische Eigenschaften des Signalvektors . . . . .	11
3.7	Likelihood Funktion . . . . .	11
3.8	Kohärente Detektion eines Signals im Rauschen . . . . .	12
3.8.1	MAP (Maximum-a-Posteriori) Entscheidungsregel . . . . .	12
3.8.2	ML (Maximum Likelihood) Entscheidungsregel . . . . .	12
3.9	Der Korrelationsempfänger . . . . .	12
3.9.1	SNR eines Korrelationsempfängers . . . . .	13
3.10	Fehlerwahrscheinlichkeit . . . . .	13
3.11	Gray Code . . . . .	14

<b>4</b>	<b>Pulsübertragung im Basisband</b>	<b>14</b>
4.1	Signalangepasste (matched) Filter	15
4.2	Signal to Noise Ratio (SNR)	16
4.3	Fehlerrate durch Rauschen	16
4.4	Intersymbol Interferenz (ISI)	16
4.5	Nyquist Kriterium für störungsfreie binäre Basisbandübertragung	17
4.6	Raised Cosine Spektrum	17
4.7	M-wertige PAM Übertragung im Basisband	18
4.8	Partial-Response Codierung	18
4.8.1	Duobinäre Signale	18
<b>5</b>	<b>Digitale Bandpassübertragung</b>	<b>19</b>
5.1	Bandpass Übertragungsmodell	20
5.2	Äquivalente Basisbanddarstellung	20
5.3	Puls-Amplitude-Modulation (PAM)	21
5.4	Kohärentes Phase-Shift-Keying (PSK)	22
5.4.1	Binäre PSK (BPSK)	22
5.4.2	Quadratische PSK (QPSK)	22
5.4.3	M-wertige PSK (M-ary PSK)	22
5.4.4	Hybride Amplituden/Phasen Modulationsverfahren (QAM)	23
5.5	Kohärentes Frequency-Shift Keying (FSK)	24
5.5.1	binäre FSK	24
5.5.2	Countinuous Phase FSK	26
5.5.3	Minimum Shift Keying (MSK)	26
5.5.4	Gaussian MSK	27
5.6	Nicht kohärente Signale	28
5.6.1	Nichtkohärente binäre FSK	28
5.6.2	Optimaler quadratischer Empfänger für FSK	28
5.6.3	Binäres Differential-Phase-Shift-Keying (DPSK)	29
5.6.4	M-ary DPSK	29
5.7	Vergleich verschiedener digitaler Modulationsverfahren	29
<b>6</b>	<b>Sicherungsschicht</b>	<b>30</b>
6.1	Grundlegende Konzepte	30
6.2	Fehlerkorrigierende und Fehlererkennende Codierung	30
6.2.1	Binäre Vektoren	30
6.2.2	Codierung	31
6.2.3	Decodierprinzipien	32
6.2.4	Fehlerwahrscheinlichkeit	32
6.3	Fehlervorwärtskorrektur (forward error correction FEC)	33
6.4	Automatic Repeat Request (ARQ)-Protokolle	33
6.4.1	Reines ARQ-System	34
6.4.2	Stop and Wait ARQ	34
6.4.3	Go back N ARQ	35
6.4.4	Selective Repeat ARQ	35
6.4.5	Hybrides ARQ Typ I	35
6.4.6	Hybrides ARQ Typ II	36
6.5	Flusskontrolle	36
6.6	Beispiel für Protokolle der Sicherungsschicht	36
<b>7</b>	<b>Medium Access Control (MAC)</b>	<b>37</b>
7.1	Die Regelung des Kanalzugriffs	37
7.2	Klassifizierung von MAC Protokollen	37
7.3	MAC Algorithmen	38
7.3.1	Random Access (ALOHA, slotted ALOHA)	38
7.3.2	Carrier Sense Multiple Access (CSMA)	39

7.3.3	Kollisionsfreie Protokolle . . . . .	40
7.3.4	Protokolle mit eingeschränktem Wettbewerb . . . . .	40
7.4	Der Capture Effekt . . . . .	41
<b>8</b>	<b>Beispiele zur Sicherungsschicht/MAC</b>	<b>41</b>
8.0.1	Wirless LAN . . . . .	41
8.1	Broadband Wireless . . . . .	42
8.2	Bluetooth . . . . .	43
<b>9</b>	<b>Vermittlungsschicht</b>	<b>43</b>
9.1	Routing . . . . .	44
9.1.1	Shortest Path Routing . . . . .	44
9.1.2	Flooding . . . . .	44
9.1.3	Distance Vector Routing . . . . .	45
9.1.4	Link State Routing . . . . .	45
9.1.5	Hierarchisches Routing . . . . .	45
9.2	Congestion Control Algorithmus . . . . .	45
9.3	Quality of Service . . . . .	46
<b>10</b>	<b>Beispiel: Vermittlungsschicht im Internet</b>	<b>47</b>
10.1	IP - Internet Protokoll . . . . .	47
10.1.1	IP Ranges . . . . .	48
10.2	Internet Steuerprotokolle . . . . .	48
10.3	Routing im Internet . . . . .	49
10.3.1	OSPF Open Shortest Path First . . . . .	49
10.3.2	BGP Border Gateway Protocol . . . . .	49
10.4	IPv6 . . . . .	49
<b>11</b>	<b>TIPPs und TRICKs</b>	<b>49</b>

# 1 Einleitung

## 1.1 Kommunikationsprozess

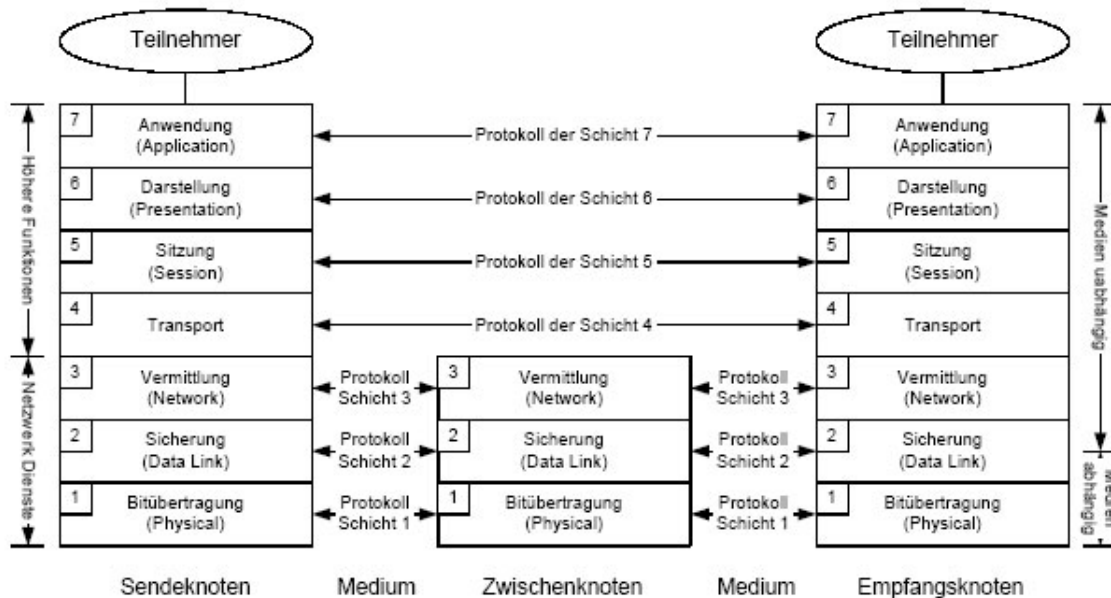
Die Nachrichtentechnik ist ein Gebiet welches Übertragung, Vermittlung und Verarbeitung von Informationen in Form von Signalen betrachtet.

Die **Güte** eines Kommunikationssystems ist charakterisiert durch:

- Informationsfluss
- Reichweite
- Störsicherheit
- Aufwand

## 1.2 OSI-Modell

Um den gesamten Prozess in einfache Teilsysteme zu unterteilen, wurde von der International Organization for Standardization, das **Open Systems Interconnection (OSI) reference model** standardisiert. Es unterteilt die Netzwerkkommunikation in 7 verschiedene Abstraktionslayer.



1. **Bitübertragungsschicht:** Übermittlung roher Bits
2. **Sicherungsschicht:** Rahmenbildung, Flusskontrolle (= schützen vor Datenüberschwemmung), Wiederholung eines Rahmens bei Störungen, Kanalzugriff, MAC (=Mediumszugriffsschicht)
3. **Vermittlungsschicht:** Routing (= Auswahl der Wegabschnitte beim Aufbau von Nachrichtenverbindungen), Tarifierung, Flusskontrolle, Adressumsetzung (mehrere Netze)
4. **Transportschicht:** End-zu-End Kontrolle des Datenaustausches
5. **Sitzungsschicht:** Dialogsteuerung, Tokenmanagement (um Kollisionen von Datenpaketen zu verhindern und sicherzustellen, dass alle angeschlossenen Computer Gelegenheit zum Senden kommen), Synchronisation

- 6. **Darstellungsschicht:** Transformation der Datenrepräsentation (z.B. Zeichencodeumwandlung, Verschlüsselung)
- 7. **Anwendungsschicht:** Zugriff auf OSI-Umgebung für Endbenutzer (z.B. Email, Datentransfer, virtuelles Terminal)

### 1.3 TCP/IP-Modell

Für die Internet-Protokoll-Familie ist das TCP/IP-Referenzmodell massgebend. Dabei entfallen die Schicht 6 und 5 und die Schichten 1 und 2 werden zusammengefasst. Dabei sind die wichtigsten Protokolle, das **Internet Protocol (IP) in der Vermittlungsschicht** und das **Transmission Control Protocol (TCP) in der Transportschicht**.

### 1.4 Kanal

Der Kanal verändert das gesendete (codierte und modulierte) Signal durch **Dämpfung, Dispersion, Mehrwegeausbreitung** und **Rauschen**.

### 1.5 Mediumszugriff

In Verteilnetzen (Broadcast) wie z.B. bei der drahtlosen Übermittlung, muss der Zugriff auf den gemeinsamen Kanal koordiniert werden. Die Mediumszugriffsschicht (MAC) ist eine spezielle Zwischenschicht der Sicherungsschicht. Insbesondere ist diese für LAN (=Local Area Network) und PAN (Privat Area Network), welche zu den lokalen Netzen gehören und für WAN (= Wide Area Network) und MAN (=Metropolitan Area Network).

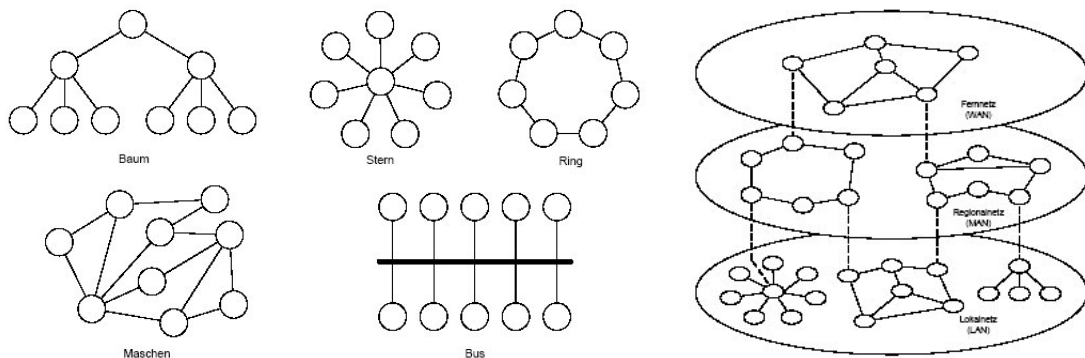
### 1.6 Leitungs- und Paketvermittlung

**Bei der Leitungsvermittlung** wird ein Kommunikationskanal zwischen den Teilnehmern geschaltet. Durch Signalisierung erfolgt Auf- und Abbau der Verbindung. Alle Informationen passieren den gleichen Weg durchs Netz. *Beispiel: Telefonnetz*

**Bei der Paketvermittlung** werden die Informationen in Pakete unterteilt. Jedes Paket enthält die Zieladresse im Header. Jeder Netzknoten den ein Paket passiert entscheidet, auf welchen Ausgang das Paket weitergeleitet wird. Verschiedene Pakete zwischen gleichen Endknoten können verschiedene Wege nehmen. *Beispiel: Internet*

### 1.7 Topologien und Hierarchie

Durch Hierarchischen Aufbau wird die Komplexität vermindert. Im Lokalbereich herrschen Stern-, Ring-, und Bustopologien vor. Im Metro und Fernbereich Ringe bzw. Maschennetze, welche gegen Ausfälle schützen.



## 2 Informatinstheorie

### 2.1 Informationsgehalt

Kennen wir die Wahrscheinlichkeit ( $p$ ) des Auftretens der Symbole einer Übertragung, dann bestimmt diese den Informationsgehalt. Ist beispielsweise  $p(s_1) = 1$  dann folgt dass alle anderen  $p(s_i) = 0$  sind und somit ist der Informationsgehalt 0! Ist hingegen die Wahrscheinlichkeit klein, dann haben wir einen hohen Informationsgehalt!

$$\text{Definition : } I(s_k) = \log \left( \frac{1}{p_k} \right) = -\frac{\ln(p_k)}{\ln(2)} \quad [\text{bit}]$$

#### Eigenschaften

1.  $I(s_k) = 0$  für  $p_k = 1$
2.  $I(s_k) \geq 0$  für  $0 \leq p_k \leq 1$
3.  $I(s_k) > I(s_i)$  für  $p_k < p_i$
4.  $I(s_k, s_i) = I(s_k) + I(s_i)$

Für den Logarithmus wählen wir normalerweise die Basis 2;  $\log_2(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(2)}$ , dann heisst die Einheit Bit.

### 2.2 Entropie

Die Entropie ist der mittlere Informationsgehalt einer Quelle.

$$\begin{aligned} \text{Definition : } H(\Psi) &= E[I(s_k)] \quad \left[ \frac{\text{bit}}{\text{Symbol}} \right] \\ &= \sum_{k=0}^K p_k I(s_k) \\ &= -\sum_{k=0}^K p_k \log_2(p_k) \\ &= -\frac{1}{\ln(2)} \sum_{k=0}^K p_k \ln(p_k) \end{aligned}$$

#### Eigenschaften

1.  $0 \leq H(\Psi) \leq \log_2 K$
2.  $H(\Psi) = 0$  genau wenn  $p_k = 1$  für ein  $k$
3.  $H(\Psi) = \log_2(K)$  genau wenn  $p_k = \frac{1}{K}$  (Maximalwert wenn alle  $s_k$  gleich wahrscheinlich)

K... Anzahl Symbole,  $\Psi$  ... Alphabet der Quelle

Falls eine kontinuierliche Amplituden WSK  $p(x)$  gegeben ist, schreiben wir die Entropie als

$$H = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \lg(p(x)) dx$$

Es gilt weiter:  $H = R \cdot \tau = R \cdot f_\tau$  wobei  $R$  die Rate (=Informationsfluss) und  $f_\tau$  die Schrittfrequenz, oft gemessen in  $Baud = \frac{\text{Symbol}}{s}$ , ist.

## 2.3 Quellencodierung

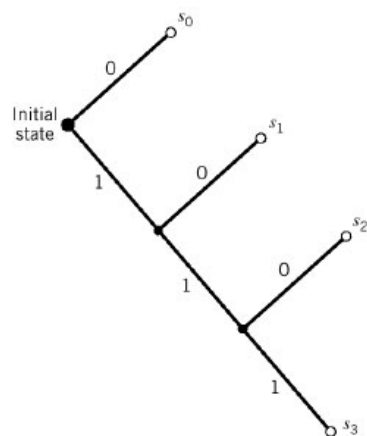
Die Information soll effizient dargestellt werden. (Bsp. Häufige Symbole durch kurze andere durch längere Symbole repräsentieren) Die Nebenbedingungen sind dass die Codewörter binär und das Codewort EINDEUTIG decodierbar sein muss.

- Mittlere Codewortlänge.  $\bar{L} = \sum_{k=0}^{K-1} p_k I_k$
- Die Codierungseffizienz ist ein Mass der Güte des Codes  $\eta = \frac{L_{min}}{\bar{L}}$  mit  $\eta \leq 1$   
 $L_{min} \dots$  untere Schranke von  $\bar{L}$ ,  $\eta \dots$  Kodierungseffizienz (ein guter Code hat  $\eta \rightarrow 1$ )
- Die von Shannon hergeleitete untere Schranke lautet:  $\bar{L} \geq H(\Psi) = L_{min}$

## 2.4 Datenkomprimierung

Die bekanntesten Verfahren sind die Präfixcodierung, die Huffman Codierung und Lempel-Ziv.

### Präfixcodierung



Quell Symbol	Code II
$s_0$	0
$s_1$	10
$s_2$	110
$s_3$	111

1011111000... entspricht  $s_1 s_3 s_2 s_0 s_0 \dots$

### 2.4.1 Huffman Codierung

Die **Huffman Codierung** ist gleich wie die Präfixcodierung, aber die Symbole mit den grössten Wahrscheinlichkeiten kommen an den Anfang des Baumes und die mit den kleinsten an das Ende des Baumes!

#### Erzeugung des Codier-Baumes

1. Erzeuge für jedes Symbol  $x$ , das im zu codierenden Text  $t$  vorkommt, einen Knoten.
2. Markiere jeden Knoten  $x$  mit der Häufigkeit  $p(x)$  von  $x$  im Text  $t$ .
3. Wiederhole solange es keine eindeutige Wurzel gibt:
  - (a) Suche zwei Knoten  $u$  und  $v$  mit minimaler Wahrscheinlichkeit  $p(u) + p(v)$ , zu denen noch keine Kante führt.
  - (b) Mache einen neuen Knoten  $w$  mit Kanten zu  $u$  und  $v$ .  
BESCHRIFTE DIE KANTEN MIT 0 UND 1.  
Die Wahrscheinlichkeit von  $w$  ist  $p(u) + p(v)$

## 2.5 Gedächtnis

Der Kanal ist gedächtnislos, falls das Ausgangssymbol  $Y$  nur vom Eingangssymbol  $X$ , nicht aber von der Vorgeschichte, abhängt. Eingang, Ausgang und Kanal können mit Ein-, Ausgangsalphabet (müssen nicht gleich gross sein) und mittels der Übergangswahrscheinlichkeiten charakterisiert werden. Daraus ergibt sich eine Kanalmatrix:

$$P = \begin{bmatrix} p(y_0 | x_0) & \cdots & p(y_{K-1} | x_0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p(y_0 | x_{J-1}) & \cdots & p(y_{K-1} | x_{J-1}) \end{bmatrix}$$

$Y$ ... Ausgangsalphabet,  $X$ ... Eingangsalphabet, Übergangswahrscheinlichkeiten:  $P(Y = y_k | X = x_j)$

## 2.6 Wechselseitige Information (mutual information)

Die *bedingte Entropie*  $H(X|Y)$  (conditional entropy) ist ein Mass der Unsicherheit über das Eingangswort  $X$  bei bekanntem Ausgangswort  $Y$  des Kanals.

$$H(X|Y) = - \sum_{k=0}^{K-1} p(y_k) \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j | y_k) \log_2 [p(x_j | y_k)]$$

Damit ergibt sich für die durch die Beobachtung des Kanals gewonnenen *wechselseitige Information*  $I(X, Y)$  zu

$$I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X) \geq 0$$

Die wechselseitige Information ist mit der gemeinsamen Entropie  $H(X, Y)$  des Kanals verknüpft:

$$I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y)$$

## 2.7 Kanalkapazität

Die Kanalkapazität wird als die maximal mögliche wechselseitige Information unter allen Eingangswahrscheinlichkeitsverteilungen definiert. Für die wechselseitige Information gilt somit

$$I(X, Y) = I(Y, X) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k | x_j) p(x_j) \log_2 \left[ \frac{p(y_k | x_j)}{p(y_k)} \right]$$

mit  $p(y_k) = \sum_{j=0}^{J-1} p(y_k | x_j) p(x_j)$

Und damit ergibt sich die Kanalkapazität zu  $C = \max_{\{p(x_j)\}} I(X, Y) \quad \left[ \frac{\text{bits}}{\text{Übertragung}} \right]$

## 2.8 Kanalcodierung

Die Grundfragen sind wie hoch die maximale Informationsrate sein kann und wie man die Fehlerwahrscheinlichkeit möglichst klein hält.

### 2.8.1 Shannon's Kanalcodierungstheorem

**Voraussetzungen:** Eingangsalphabet  $X$ , Ausgangsalphabet  $Y$ , alle  $T_s$  Sekunden ein Symbol, d.h. Informationsrate ist  $\frac{H(X)}{T_s}$ . Kanalkapazität ist  $C$  und Kanal kann alle  $T_c$  Sekunden ein Symbol übertragen.

**Aussage:** Für  $\frac{H(X)}{T_s} \leq \frac{C}{T_c}$  existiert eine Kanalcodierung mit beliebig kleiner Fehlerrate.

Für  $\frac{H(X)}{T_s} > \frac{C}{T_c}$  ist dies unmöglich.

Coderate  $r = \frac{k}{n} = \frac{T_c}{T_s} \Rightarrow r \leq C$  bei  $k$  Eingangs- auf  $n$  Ausgangsbits

**In Worten:** Ist die Rate mit der die Quelle die Informationen ausspuckt kleiner oder gleich der Kanalkapazität, so kann eine Kodierung gefunden werden, sodass die Fehlerrate beliebig klein ist.

### 2.8.2 Repetitionscode

Beim Repetitionscode wird ein Codewort  $n = 2m + 1$  mal wiederholt gesendet. Der Empfänger entscheidet sich für das Symbol, welches mindestens  $m + 1$  mal empfangen wurde. Die Bitfehlerwahrscheinlichkeit ist somit:  $P_e = \sum_{i=m+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$

## 2.9 Shannons Theorem der Informationstheorie

Bestimmt die Schranke für die Kapazität eines rauschenden Kanals mit Randbedingungen: begrenzte Sendeleistung, verfügbare Bandbreite des Nachrichtensignals.

$$C = B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

C... Kapazität, B... verfügbare Bandbreite,  $\frac{S}{N}$ ...Signal zu Geräuschverhältnis (SNR)

## 3 Signalraumanalyse



Eine Informationsquelle emittiert **gleichwahrscheinliche** Meldungen  $m_i$ . Der Sender bildet jede dieser Meldungen auf eine Signalform  $s_i(t)$  mit Dauer  $T$  ab. Der Kanal sei additiv mit normalverteiltem weissen und mittelwertfreiem Rauschen. (=AWGN) Daraus folgt, dass beim Empfänger eine gestörte Signalform der Form  $x(t) = s_i(t) + w(t)$  für  $0 \leq t \leq T$  ankommt. Aus diesem Signal generiert der Empfänger eine Schätzung der ursprünglich ausgesendeten Meldung.

Der optimale Empfänger minimiert also die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit:

$$P_e = \sum_{i=1}^M p_i P[\hat{m} \neq m_i | m_i]$$

### 3.1 Geometrische Darstellung von Signalen

Um die  $M$  Meldungen  $m_i$  als Signale  $s_i$  darzustellen, erstellen wir zuerst eine Basis  $\phi_{1...N}$  wobei alle  $\phi$  eine normierte Energie haben und orthogonal zueinander sind! Das  $s_i$  für die Meldung  $m_i$  kann somit als Linearkombination der einzelnen Basisfunktionen geschrieben werden. Eine Folgerung aus diesen orthonormalen Basisfunktionen ist:  $\int_0^T \phi_i(t) \phi_j(t) dt = \delta_{ij}$  Das Kronecker-Delta ist 1 für  $i = j$  und sonst 0.

### 3.2 Signalraumdarstellung

Zeichne für jede orthogonale Basisfunktion  $\phi_i$  eine orthogonale (dimensionale) Achse. Trage dann von allen Signalen auf der entsprechenden Achse den Punkt:  $\sqrt{\text{Energie}}$  ab.

### 3.3 Eigenschaften des Signalraums

- Inneres Produkt zweier Signale:  $\langle s_i(t), s_k(t) \rangle = \int_0^T s_i(t) s_k(t) dt = \vec{s}_i^T \vec{s}_k$
- Induzierte Norm des inneren Produkts ( $\equiv$  Energie):  $\|\vec{s}_i\|^2 = \langle s_i(t), s_i(t) \rangle = \int_0^T s_i^2(t) dt$
- Euklidische Distanz zwischen zwei Signalen:  $\|\vec{s}_i - \vec{s}_k\|^2 = \sum_{j=1}^N (s_{ij} - s_{kj})^2 = \int_0^T (s_i(t) - s_k(t))^2 dt$
- Winkel zwischen zwei Signalen:  $\cos(\Theta_{ik}) = \frac{\vec{s}_i^T \vec{s}_k}{\|\vec{s}_i\| \|\vec{s}_k\|}$

### 3.4 Gram-Schmidt-Verfahren zum berechnen der Basis eines Signalraums

Beachte: die Basis hat nur  $N \leq M$  Vektoren!

Erzeuge orthonormale Basisfunktionen  $\phi_i$  aus Funktionen  $s_i$ :

- Erste Basisfunktion:

$$\phi_1(t) = \frac{s_1(t)}{\left(\int_0^T s_1^2(t) dt\right)^{\frac{1}{2}}}$$

- Erzeugung weiterer Basisfunktionen:

$$g_i(t) = s_i(t) - \sum_{j=1}^{i-1} s_{ij} \phi_j(t) \quad \text{mit } s_{ij} = \langle s_i(t) \phi_j(t) \rangle = \int_0^T s_i(t) \phi_j(t) dt$$

Falls dieser der 0 Vektor ist, so ist  $s_i(t)$  linear abhängig von den bisher gefundenen Basisvektoren und liefert keine neue Basisfunktion.

- Ansonsten Normierung:

$$\phi_i(t) = \frac{g_i(t)}{\left(\int_0^T g_i^2(t) dt\right)^{\frac{1}{2}}}$$

### 3.5 Der Additive White Gaussian Noise Kanal (AWGN)

Achtung: Im folgenden stehen Grossbuchstaben für Zufallsgrössen und Kleinbuchstaben für Musterfunktionen!

Wie bereits gehabt hat das empfangene Signal die Form:  $x(t) = s_i(t) + w(t)$  für  $0 \leq t \leq T$ . Als Signalvektoren können diese auch folgendermassen ausgedrückt werden:  $x_j = s_{ij} + w_j$  dabei ist  $s_{ij}$  genau gleich wie zuvor definiert und  $w_j = \int_0^T w(t) \phi_j(t) dt$ .

Betrachten wir nun einen Zufallsprozess  $X'(t)$ , dessen Musterfunktion  $x'(t)$  vom empfangenen Signal  $x(t)$  abhängt, dann ergibt sich mittels den bisher angesehenen Gleichungen, dass diese Musterfunktion  $x'(t)$  nur von dem Kanalrauschen  $w(t)$  abhängt!

$$x'(t) = x(t) - \sum_{j=1}^N x_j \phi_j(t) = \dots = w'(t)$$

Mit auflösen nach  $x(t)$  erhalten wir dann die Gleichung für ein zu erwartendes Empfangssignal mit zufällig, stochastisch, verteiltem Rauschen. Dabei ist  $w'(t)$  eine Art Restterm, der übrig bleibt, wenn wir das empfangene Signal von dem (vom vordefinierten Signalraum) zusammengestellten Signal subtrahieren.

$$x(t) = \sum_{j=1}^N x_j \phi_j(t) + w'(t)$$

### 3.5.1 Gaussverteiltes, weisses Rauschen

Für gaussverteiltes, weisses Rauschen mit dem spektralen Leistungsdichtespektrum  $\frac{N_0}{2} \left[ \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \right]$  gilt:

$$\begin{aligned} f_W(x|s_n) &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{1}{N_0}(x - s_n)^2\right) \\ \Rightarrow \text{P}\{W \leq a\} &= \int_a^\infty f_W(x|s_n) dx \\ \text{E}[W] &= 0 \\ \text{Var}[W] = \text{E}[W^2] &= \frac{N_0}{2} \end{aligned}$$

### 3.6 Statistische Eigenschaften des Signalvektors

Für den Mittelwert der  $X_j$  erhält man

$$\mu_{X_j} = \text{E}[X_j] = \text{E}[s_{ij} + W_j] = s_{ij}$$

Die  $X_j$  haben eine Varianz, die gerade der spektralen Leistungsdichte  $\frac{N_0}{2} \left[ \frac{\text{W}}{\text{Hz}} \right]$  des Rauschprozesses  $W(t)$  entspricht:

$$\sigma_{X_j}^2 = \text{Var}[W_j] = \frac{N_0}{2}$$

Da die  $\phi_j(t)$  orthogonal zueinander sind, sind die  $X_j$  gegenseitig unkorreliert:

$$\text{cov}[X_j, X_k] = 0 \quad \text{für } j \neq k$$

Für die Dichtefunktion des Vektors  $\vec{X}$  unter der Bedingung dass Symbol  $m_i$  übermittelt wurde, erhält man schliesslich

$$\begin{aligned} f_{\vec{X}}(\vec{x}|m_i) &= \frac{1}{(\pi N_0)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N (x_j - s_{ij})^2\right) \quad \text{für alle } i \in \{1, \dots, M\} \\ \Rightarrow \text{P}\{\{\vec{X}_j \leq \vec{a}\} | \vec{m}_n\} &= \int_{\vec{a}}^\infty f_{\vec{x}}(\vec{x}|\vec{m}_n) d\vec{x} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich das Theorem der Irrelevanz. Da  $\text{E}[W'(t)] = 0$  folgt: **Für die Detektion bei einem Kanal mit additivem weissen und normalverteilten Rauschen ist einzig die Projektion des empfangenen Signals auf die Basisfunktion relevant.**

### 3.7 Likelihood Funktion

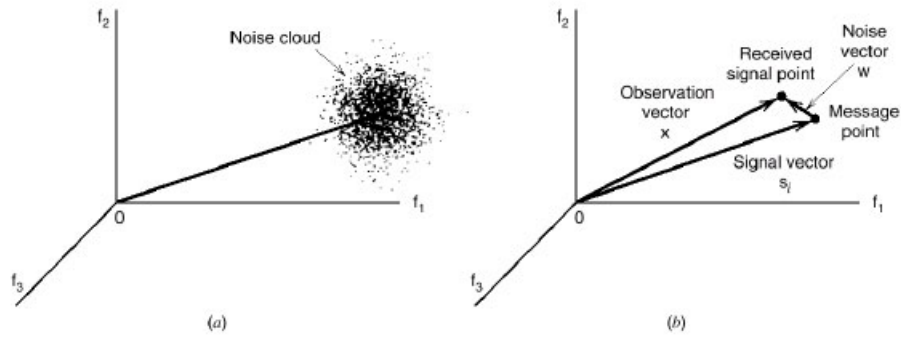
Problem: Man erhält den Beobachtungsvektor  $\vec{x}$  und muss daraus das Symbol  $m_i$  bestimmen. Dazu definieren wir die Likelihood Funktion als:

$$L(m_i) = f_x(\vec{x}|m_i)$$

Zur besseren Veranschaulichung definiert man die Log-Likelihood Funktion:

$$\text{I}(m_i) = \log L(m_i) = -\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N \underbrace{(x_j - s_{ij})^2}_{\text{Energiedifferenz}} - \underbrace{\frac{N}{2} \log(\pi N_0)}_{\text{unabhängig}}$$

### 3.8 Kohärente Detektion eines Signals im Rauschen



(a) Auswirkungen des Rauschens auf den empfangenen Signalvektor  
 (b) Für eine gegebene Musterfunktion des Rauschprozesses

Die Fehlerwahrscheinlichkeit ist gegeben durch:

$$P_e = P[m_i \text{ nicht gesendet} \mid x \text{ empfangen}] = 1 - P[m_i \text{ gesendet} \mid x]$$

#### 3.8.1 MAP (Maximum-a-Posteriori) Entscheidungsregel

Die Fehlerwahrscheinlichkeit kann für gleichverteilte Symbole mit **MAP** minimiert werden.

Setze  $\hat{m} = m_i$  falls

$$P[m_i \text{ gesendet} \mid \vec{x} \text{ empfangen}] \geq P[m_k \text{ gesendet} \mid \vec{x} \text{ empfangen}] \text{ für alle } k \neq i$$

Man wählt also das Symbol mit der kleinsten Fehlerwahrscheinlichkeit.

Für Symbole mit der Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_X(x)$ : Setze  $\hat{m} = m_i$  falls  $\frac{p_k \cdot f_X(x|m_k)}{f_X(x)}$  maximal für  $k = i$ .

#### 3.8.2 ML (Maximum Likelihood) Entscheidungsregel

Falls alle Wahrscheinlichkeiten aller Meldungen genau gleich sind, kann stattdessen die Maximum Likelihood Detektion verwendet werden!

Setze  $\hat{m} = m_i$  falls

$$I(m_k) = -\frac{1}{N_0} \int_0^T \underbrace{(x(t) - s_i(t))^2}_{w(t)} dt \quad \text{maximal für } k = i$$

Dies entspricht einer Partitionierung des Signalraums in M Regionen  $Z_i$ . Falls der detektierte Signalvektor  $\vec{x}$  in  $Z_i$  liegt, so wird  $\hat{m} = m_i$  gesetzt.

Falls das Rauschen  $w(t)$  nicht nur additiv, sondern auch weiss und normalverteilt ist:  $I(m_i) = -\frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2$

### 3.9 Der Korrelationsempfänger

Für die Praxis kann die Entscheidungsregel noch vereinfacht werden! Multiplizieren wir die ML-Summe aus ergibt sich:

$$\sum_{j=1}^N (x_j - s_{kj})^2 = \sum_{j=1}^N x_j^2 - 2 \sum_{j=1}^N x_j s_{kj} + \underbrace{\sum_{j=1}^N s_{kj}^2}_{E_k}$$

Der erste Term kann ignoriert werden, weil er unabhängig von  $k$  ist! Und der letzte Term ist gerade die Energie des Signals  $s_k(t)$ . Daraus ergibt sich:

$$\vec{x} \text{ liegt in Region } Z_i \text{ falls} \\ \sum_{j=1}^N x_j s_{kj} - \frac{1}{2} E_k \text{ ein Maximum für } k = i \text{ ist.}$$

Siehe Abbildung 1.

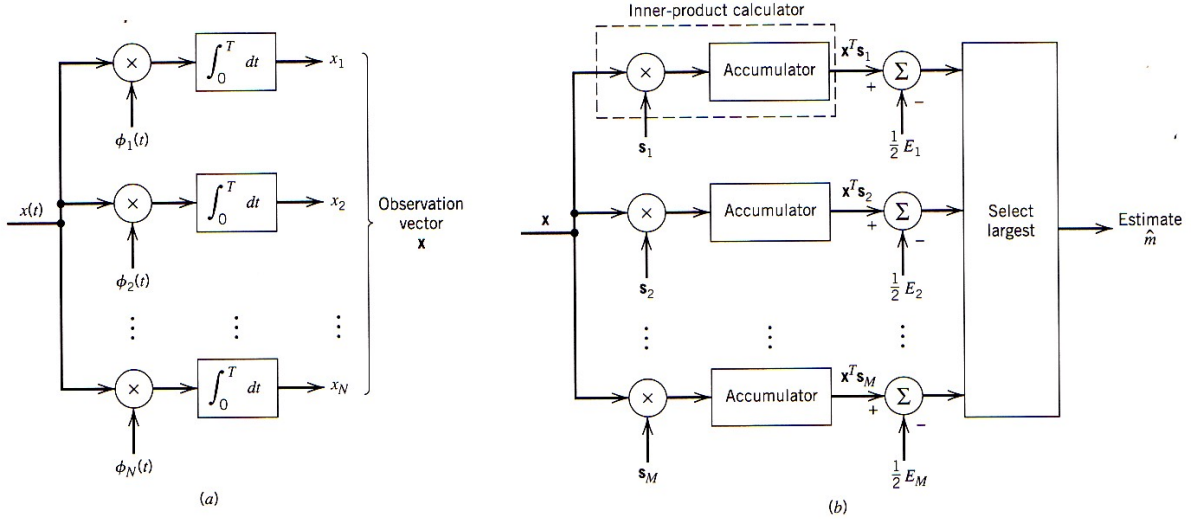


Abbildung 1: Bild a) ist der Korrelator. Bild b) ist ein maximum-likelihood-decoder.

### 3.9.1 SNR eines Korrelationsempfängers

Wie gross ist die SNR eines Korrelationsempfängers  $f(t)$ , dessen Eingang  $x(t) = s(t) + w(t)$  ist, wobei  $w(t)$  weissem Rauschen entspricht. Der Ausgang ist  $y = y_s + y_w$ .

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{y_s^2}{\mathbb{E}[y_w^2]} \\ &= \frac{\left( \int_0^T s(t) f(t) dt \right)^2}{\frac{1}{2} N_0 \int_0^T f(t)^2 dt} \end{aligned}$$

### 3.10 Fehlerwahrscheinlichkeit

Die Fehlerwahrscheinlichkeit in einem AWGN-Kanal ist somit:

$$\begin{aligned} P_e &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P[\vec{x} \text{ liegt in } Z_i \mid m_i \text{ gesendet}] \\ &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \int_{Z_i} f_{\vec{x}}(\vec{x} | m_i) dx \end{aligned}$$

Die Fehlerwahrscheinlichkeit ist nur durch die Konstellation der Signalvektoren im Signalraum bestimmt.

## Eine Rotation oder Translation der Signalvektoren ändert die Fehlerwahrscheinlichkeit nicht!

Die Fehlerwahrscheinlichkeit ist nur von der Euklidischen Distanz der Signalvektoren abhängig. Deswegen ist es möglich die Energie des zu übermittelnden Signals zu minimieren!

$$E_{min} = E - \underbrace{\left\| \sum_{i=1}^M \vec{s}_i p_i \right\|^2}_{E[E]}$$

Die *paarweise Fehlerwahrscheinlichkeit* ist gegeben durch

$$P_e(s_i, s_j) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{d_{ij}}{2\sqrt{N_0}} \right) = Q \left( \frac{d_{ij}}{\sqrt{2N_0}} \right)$$

wobei  $d_{ij} = \|s_i - s_j\|$  der Abstand der beiden Signale im Signalraum ist und

$$Q(v) = \frac{1}{2\pi} \int_v^\infty e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

und  $\operatorname{erfc}(v)$  die *complementary error function* der Form

$$\operatorname{erfc}(v) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_v^\infty e^{-z^2} dz < \frac{e^{-v^2}}{v\sqrt{\pi}}$$

Für Gaussverteilte ZV mit Erwartungswert=0 und Varianz= $\sigma^2$  gilt:

$$P(a \leq X \leq b) = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{-a}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{b}{\sqrt{2\sigma^2}} \right)$$

Die *Union Bound* (obere Schranke) der Fehlerwahrscheinlichkeit des Symbols  $s_i$  ist gegeben durch:

$$P_e(m_i) \leq \frac{1}{2} \sum_{k=1, k \neq i}^M \operatorname{erfc} \left( \frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right), \quad i \in \{1, \dots, M\}$$

Die obere Schranke der *mittleren Fehlerwahrscheinlichkeit* ist gegeben durch:

$$P_e = \sum_{i=1}^M p_i \cdot P_e(m_i) \leq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1, k \neq i}^M p_i \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right)$$

Die Union Bound (für zirkuläre Symmetrie) ist gegeben durch:

$$P_e(m_i) \leq \frac{1}{2} \sum_{k=1, k \neq i}^M \operatorname{erfc} \left( \frac{d_{ik}}{2\sqrt{N_0}} \right)$$

Abschätzung über minimalen Signalvektorabstand:

$$P_e \leq \frac{M-1}{2\sqrt{\pi}} \exp \left( -\frac{d_{\min}^2}{4N_0} \right)$$

### 3.11 Gray Code

Nebeneinander liegende Signalvektoren unterscheiden sich nur in einem Bit.

## 4 Pulsübertragung im Basisband

Dieses Kapitel befasst sich mit der Beschaffenheit der Filter, die das empfangene Signal zurückwandeln. Ziel ist es also ein Filter so zu designen, dass das Signal maximal verstärkt und das Rauschen maximal "ignoriert" wird.

## 4.1 Signalangepasste (matched) Filter

Bei einem LTI-Filter mit der Impulsantwort  $h(t)$  hat der Ausgang die Form  $y(t) = g_0(t) + n(t)$  bei bekanntem Eingang  $x(t) = g(t) + w(t)$ . Ziel ist es nun  $g_0(t)$  zu maximieren.

$$\text{maximiere } \eta = \frac{|g_0(T)|^2}{E[n^2(t)]}$$

Dabei ist  $E[n^2(t)]$  eine **Messung** der mittleren Rauschstärke. Fouriertransformieren wir Eingang und Impulsantwort ergibt sich als Ausgang im Frequenzbereich die folgende Gleichung:

$$\eta = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} H(f)G(f) \exp(j2\pi fT) \, df \right|^2}{\frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \, df}$$

Dabei ist  $\frac{N_0}{2}$  die spektrale Dichte des Rauschens.

Mit Hilfe der **Schwarzschen Ungleichung**:

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} a(t) \cdot b(t) \, dt \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |b(t)|^2$$

Gleichheit gilt für  $a = b^*$

kürzt sich  $H(f)$  raus und es definiert sich das Maximum:

$$\eta_{max} = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 \, df = \frac{2E}{N_0} = \text{SNR}$$

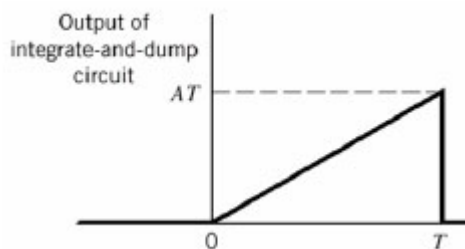
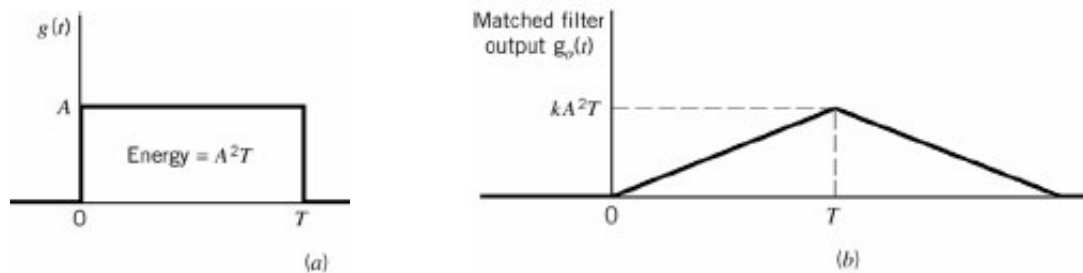
Dabei ist E über das Energiethorem von Rayleigh gegeben durch:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 \, df = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 \, dt$$

Folgerung aus diesem Ergebnis ist, dass die Impulsantwort des (matched) Filters eine zeitumgekehrte und verzögerte Version des Eingangssignals sein sollte (optimal)!

$$h_{opt}(t) = k g(T - t)$$

Der Ausgang ist dann wie bei jedem LTI-System über die Faltung gegeben!



Als Spezialfall betrachten wir ein Rechtecksimpuls-Signal (siehe Grafik a) . Dann kann die Integrate-and-Dump Schaltung verwendet werden. Das heisst, dass der Filter als Integrator gewählt wird und dessen Ausgang zum Zeitpunkt  $t = T$  abgetastet wird! (siehe Grafik c) (P.S. wenn nichts steht, wähle  $k = 1$ !)

## 4.2 Signal to Noise Ratio (SNR)

$$\text{SNR} = \frac{\text{Signalenergie}}{\text{Rauschleistungsdichte}(N_0/2)} = \frac{\text{Signalleistung}}{\text{Rauschleistung}} = \frac{2E}{N_0}$$

## 4.3 Fehlerrate durch Rauschen

Angenommen unser System sende NRZ (non return to zero) Signale aus. (Das heisst Rechtecksimpulse mit Amplitude  $A$  für 1 und  $-A$  für 0 und mit der Bitdauer von  $T_b$ ). Nachdem dieses Signal durch den matched Filter gegangen ist, muss ein Entscheidungsfiler, mit Schwellwert  $\lambda$ , angehängt werden (wurde nun Bit 1 oder Bit 0 gesendet?). Für die Dichtefunktion der ZV  $Y$  gilt

$$p_{01} = f_{\{Y|0\}} = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0/T_b}} \exp\left(-\frac{(y+A)^2}{N_0/T_b}\right) \quad p_{10} = f_{\{Y|1\}} = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0/T_b}} \exp\left(-\frac{(y-A)^2}{N_0/T_b}\right)$$

daraus folgert über die complementary error function für die Wahrscheinlichkeit eines Fehlentscheids

$$p_{10} = P[y > \lambda | 0 \text{ gesendet}] = \int_{\lambda}^{\infty} f_{\{Y|0\}} dy = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A+\lambda}{\sqrt{N_0/T_b}}\right)$$

$$p_{01} = P[y < \lambda | 1 \text{ gesendet}] = \int_{-\infty}^{\lambda} f_{\{Y|1\}} dy = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{A-\lambda}{\sqrt{N_0/T_b}}\right)$$

und dadurch ergibt sich die mittlere Fehlerwahrscheinlichkeit durch

$$P_e = p_0 p_{10} + p_1 p_{01}$$

Die optimale Entscheidungsschwelle  $\lambda_{opt}$  ergibt sich aus der Ableitung zu

$$\lambda_{opt} = \frac{N_0}{4AT_b} \log\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$

dabei gilt überall:  $E_b = A^2 T_b =$  Energie pro Bit.

## 4.4 Intersymbol Interferenz (ISI)

ISI ist ein weiterer Fehler der im Kanal auftritt. Die Impulse verformen sich während ihrer Übertragung im Kanal durch Dispersion. Wenn sich nun 2 Impulse überlagern, dann spricht man von ISI. Dies macht die Detektion natürlich noch schwiriger. Hierbei ist diese Verformung mittels der Impulsantwort des Kanals ausgedrückt! Damit kann man den Ausgang des Empfangfilters folgendermassen ausdrücken:  $y(t) = \mu \sum_k a_k p(t - kT_b) + n(t)$ .

Dabei ist  $\mu$  ein Skalierungsfaktor und die Summe repräsentiert einfach alle Impulse aneinandergehängt mit den Gewichten  $a_k$ . Der skalierte Impuls  $\mu p(t)$  ist nun die Zweifachfaltung (convolution):  $\mu p(t) = g(t) * h(t) * c(t)$  ( $c(t)$  symbolisiert das Empfangsfiler).

Angenommen der Puls  $p(t)$  ist normiert zu  $p(0) = 1$  und der Ausgang  $y(t)$  wird mit  $t_i = iT_b$  abgetastet, dann ergibt das:

$$y_{t_i} = \mu \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p[(i-k)T_b] + n(t_i)$$

Der in der zweiten Gleichung vorgezogene Wert ist der Beitrag an das  $i$ -te Bit. Die ganze nachfolgende Summe beinhaltet nun das ISI (auch als Residueneffekt bezeichnet), auf all die anderen Bits.

## 4.5 Nyquist Kriterium für störungsfreie binäre Basisbandübertragung

Aus dem vorherigen Abschnitt ist also einsichtlich, dass ISI vermieden werden kann, falls nur der Term  $k = i$  einen Beitrag liefert (die Summe also = 0 ist). Gewichten wir nun einen  $\delta$ -Kamm mit den Abtastwerten von  $p(t)$  als Gewichtung, dann ergibt dessen Fouriertransformation:  $P_\delta(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [p(mT_b)\delta(t-mT_b)] \exp(-j2\pi ft) dt = R_b \sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f-nR_b)$  mit der Bitrate  $R_b = \frac{1}{T_b}$ . Mit der oben genannten Bedingung liefert das die Niquist-Bedingung:

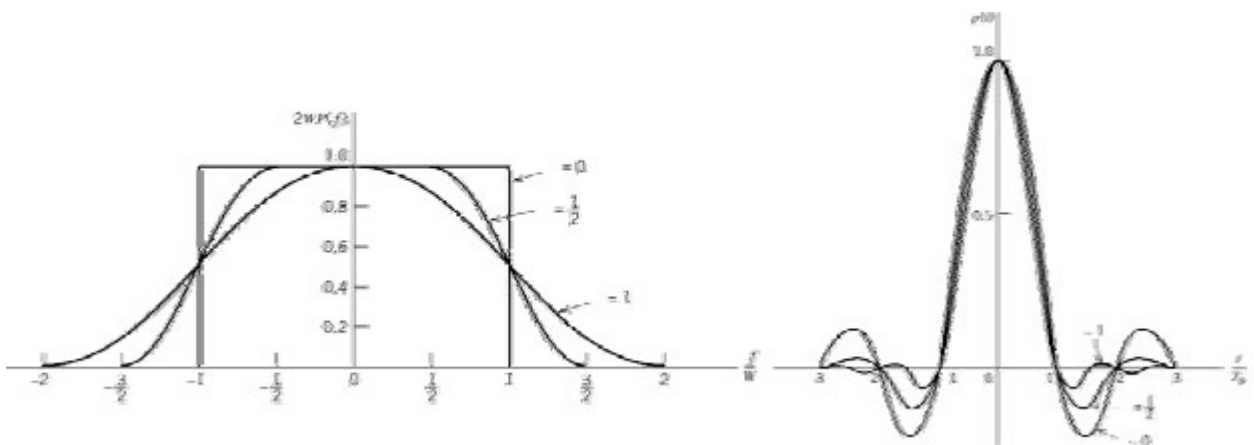
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f-nR_b) = T_b$$

Die Schlussfolgerung ist: Falls die Fouriertransformierte  $P(f)$  des Pulses (einschliesslich Sende- und Empfangsfilter sowie Kanalcharakteristik) die Nyquist-Bedingung erfüllt, ist eine Detektion ohne ISI möglich.

**Idealer Nyquist Kanal** Eine mögliche Lösung ist einen Rechtecksimpuls für  $P(f) = \frac{1}{2W}$  für  $|f| \leq W$  zu verwenden!  $\Rightarrow p(t) = \frac{\sin(2\pi Wt)}{2\pi Wt} = \text{sinc}(2Wt)$  mit  $W = \frac{R_b}{2}$   
 Weitere Bemerkungen:

- Mit dem idealen Nyquist-Kanal kann das Nachrichtensignal ohne ISI bei minimalem Bandbreitenbedarf übermittelt werden.
- Allerdings ist es unmöglich die steilen Flanken von  $P(f)$  bei  $W$  bzw.  $-W$  exakt zu realisieren.
- Die Pulse  $p(t)$  fallen nur sehr langsam mit  $\frac{1}{|t|}$  ab. Daher ist der Detektor sehr empfindlich auf Synchronisationsfehler
- $R_b = 1/T_b = 2W$  heisst Nyquistrate.

## 4.6 Raised Cosine Spektrum



$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{2W} & \text{für } 0 \leq |f| \leq f_1 \\ \frac{1}{4W} \left( 1 - \sin \left[ \frac{\pi(|f|-W)}{2W-f_1} \right] \right) & \text{für } f_1 \leq |f| \leq 2W - f_1 \\ 0 & \text{für } |f| > 2W - f_1 \end{cases}$$

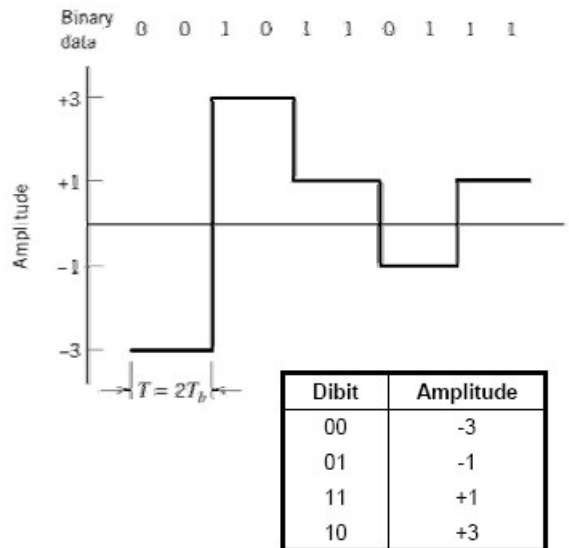
mit dem Rolloff-Faktor  $\alpha \in [0, 1]$ :  $\alpha = 1 - \frac{f_1}{W}$

## Eigenschaften

- Das RCS ist ein Tiefpass, für Frequenzen  $|f| \leq W = \frac{1}{2T_b}$  durchlässt.  $T_b$  ist die Samplingtime, bei der ISI verhindert werden soll.
- Im Zeitbereich lässt sich der Puls schreiben als  $p(t) = \text{sinc}(2Wt) \left( \frac{\cos(2\pi\alpha Wt)}{1-16\alpha^2 W^2 t^2} \right)$
- Durch die sinc Funktion ergeben sich Nullstellen der benachbarten Pulse zu den Abtastzeitpunkten.
- Der Spezialfall  $\alpha = 1$  heisst Full-Cosine-Rolloff. Hier kommen neben den Nullstellen bei  $t = \pm T_b, \pm 2T_b, \dots$  auch solche bei  $t = \pm \frac{3}{2}T_b, \pm \frac{5}{2}T_b, \dots$  hinzu. Diese Eigenschaft lässt sich zur Takt-synchronisation nutzen.
- Die belegte Bandbreite nimmt linear mit dem Rolloff-Faktor  $\alpha$  zu:  $B_T = 2W - f_1 = W(1 + \alpha)$

## 4.7 M-wertige PAM Übertragung im Basisband

Es können anstatt nur die Symbole 0 und 1 zu übertragen auch mehrere Symbole gleichzeitig übertragen werden, mittels verschiedener Amplituden! Für ein M-wertiges Symbol können  $\log_2 M$  Datenbits auf ein Symbol abgebildet werden. Daher gilt:  $T = T_b \log_2 M$ . Der Vorteil ist, dass man weniger Bandbreite braucht, dafür aber mehr Leistung um die gleiche Fehlerwahrscheinlichkeit zu erzielen.



## 4.8 Partial-Response Codierung

Anstatt ISI zu vermeiden, kann man es auch kontrolliert zulassen! Solche Verfahren heissen Partial-Response oder Correlative-Level Coding Schema.

### 4.8.1 Duobinäre Signale

Als ein Beispiel ist die Codierung der **Duo-Binary Signalisierung** gegeben durch:  $c_k = a_k + a_{k-1}$ . Dabei können die  $a_i$  nur Werte von  $\{-1, +1\}$  annehmen, das heisst wir müssen die binäre Folge erst umwandeln  $1 \rightarrow +1, 0 \rightarrow -1$ . Das heisst, dass die  $c_k$  korreliert sind und nur die drei Symbolwerte  $\{-2, 0, 2\}$  annehmen können. Dieses Signal kann durch eine Parallelschaltung eines Delayblocks zum normalen Signalweg mit anschliessender Summation erreicht werden. Folgt darauf noch ein idealer Nyquistkanal, so hat man insgesamt die Übertragungsfunktion

$$H_I(f) = 2 \cos(\pi f T_b) e^{-i\pi f T_b} \cdot I\{|f| \leq \frac{1}{2} T_b\} \Leftrightarrow h_I(t) = \frac{T_b^2 \sin(\frac{\pi t}{T_b})}{\pi t (T_b - t)}$$

Die Detektion von duobinären Signalen erfolgt aus den empfangenen  $c_i$  folgendermassen:  $\hat{a}_k = c_k - \hat{a}_{k-1}$ , wobei der Hut eine Schätzung meint. Tretten bei der Detektion Fehler auf, so pflanzen sich diese nach eben erwähnter Formel fort.

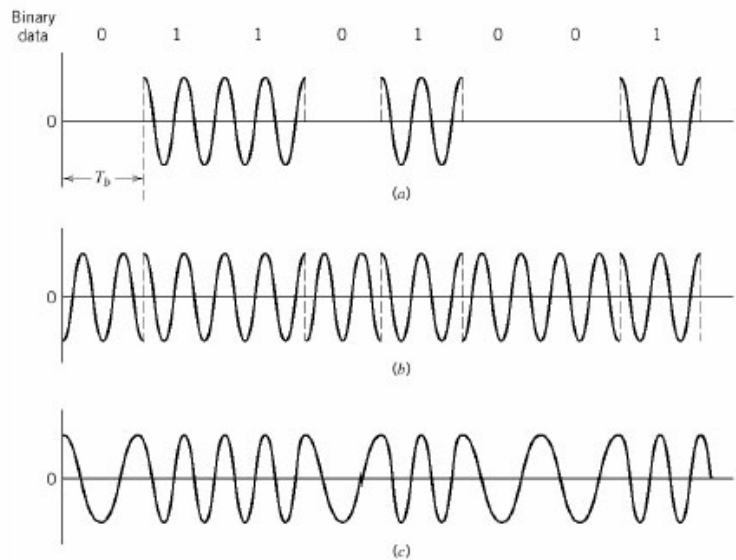
Um die Fehlerfortpflanzung zu vermeiden benutzt man **Precoding**. Man berechnet somit vor dem Senden aus der Originalsequenz die neue Folge:  $d_k = b_k + d_{k-1} \text{ mod}(2)$ . Danach kommt  $d_k$  auf einen Pulsamplitudenmodulator und danach in den duobinären Encoder. Für den Ausgang gilt somit

$$c_k = \begin{cases} 0 & \text{wenn } b_k = 1 \\ \pm 2 & \text{wenn } b_k = 0 \end{cases}$$

Damit brauchen wir bei der Detektion nur noch das momentan Signal und wissen, dass wenn:  $|c_k| > 1 \rightarrow b_k = 0$ ,  $|c_k| < 1 \rightarrow b_k = 1$ .

## 5 Digitale Bandpassübertragung

Wir schauen hier verschiedene Verfahren zur **digitalen** Datenübermittlung an.



- a) **ASK**, Amplitudenmodulation, amplitude-shift keying (PAM im Kapitel 5.3)
- b) **PSK**, Phasenmodulation, phase-shift keying (Kapitel 5.4)
- c) **FSK**, Frequenzmodulation, frequency-shift keying (Kapitel 5.5)

Digitale Detektoren können in die zwei Klassen eingeteilt werden:

**Kohärent** kennt Phase nicht. Ein Lokaloszillator sorgt beim Empfänger darauf, dass die Phase wieder erkannt wird.

**Nicht-Kohärent** kennt Phase des Signals.

Digitale Signale können auch als M-ary übermittelt werden, das heisst, dass mehrere Bits zusammengefasst werden zu einem Block! Das M bezeichnet dabei die Anzahl Amplituden welche gleich der Anzahl kombinatorischer Möglichkeiten der Anzahl Bits ist. Die Anzahl Bits für einen Block ist dementsprechend:  $\log_2(M)$ .

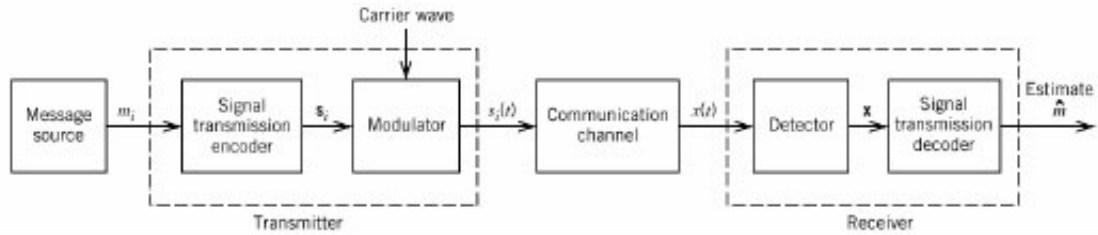
M-ary Signale werden vorzugsweise über Bandpasskanäle geschickt und werden benutzt wenn man die Bandbreite kleiner machen will, worauf aber die notwendige Leistung steigt!

Merke: PSK muss immer kohärent empfangen werden!

Das Ziel für ein System sollte sein, die Bandbreiteneffizienz zu maximieren, welche folgendermassen definiert ist:

$$\rho = \frac{R_b}{B} \frac{\text{bits}}{\text{s} \cdot \text{Hz}}$$

## 5.1 Bandpass Übertragungsmodell



Die Quelle emittiert Symbole alle  $T$  Sekunden aus dem Alphabet  $m_1, \dots, m_M$  mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten  $p_i$ . Das zu  $m_i$  gehörende Signal  $s_i(t)$  hat die Energie  $E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt$ . Der Kanal ist AWGN und normalverteilt mit Leistungsdichte  $\frac{N_0}{2}$ .

## 5.2 Äquivalente Basisbanddarstellung

Bandpass, und bandbegrenzte Signale können in der Basisband-Darstellung gehandhabt werden.

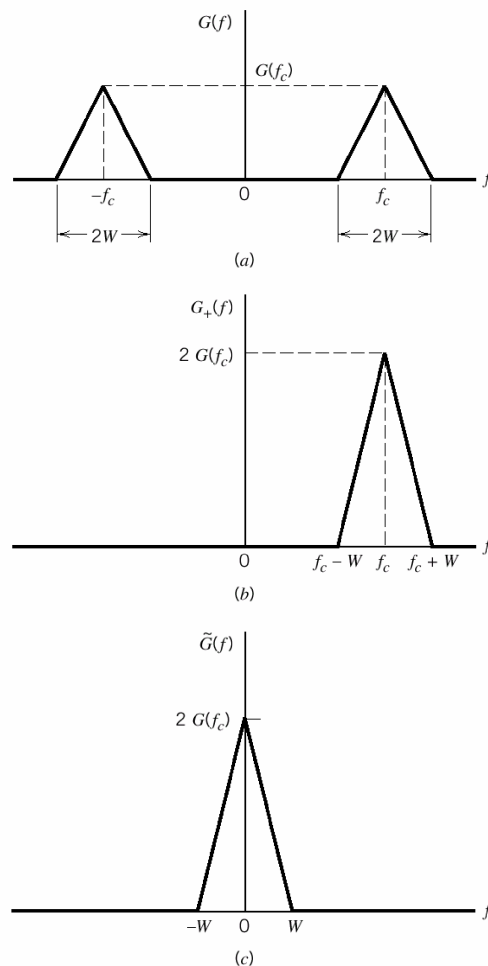


Abbildung 2: Komplexe Envelope

Dabei projizieren wir die negativen Frequenz auf die positive drauf, mittels der (linearen) **Hilbert Transformation**:

$$\frac{1}{\pi t} \circ - \bullet -j \cdot \text{sgn}(f)$$

Dies hat zur Folge, dass wir im positiven Frequenzbereich die doppelte Amplitude haben und dass wir im Frequenzbereich für alle positiven Frequenzen eine Phasendrehung von  $-90^\circ$  und für alle negativen Frequenzen von  $+90^\circ$  realisieren. Das entstandene Signal im Zeitbereich trägt den Namen **Pre-Envelope** oder **analytisches Signal**:

$$g_+(t) = g(t) + j \left( \frac{1}{\pi t} * g(t) \right)$$

$$G_+(f) = (1 + \text{sgn}(f)) \cdot G(f)$$

Um das Basisband Signal zu bekommen, verschieben wir nun die zuvor erhaltene (rechtsseitige) Funktion in die Mitte, mittels einer Multiplikation im Zeitbereich von  $\exp(-j2\pi f_c t)$ , was einer Verschiebung von  $f_c$  entspricht.

Danach haben wir die Basisbanddarstellung im Frequenzband von  $-W$  bis  $W$ , welche **komplexe Envelope** heisst:

$$\tilde{g}(t) = g_+(t) \cdot e^{-j2\pi f_c t}$$

$$\tilde{G}(f) = G_+(f + f_c)$$

**Komponenten der komplexen Envelope:** Die komplexe Envelope kann dargestellt werden als:

$$\tilde{g}(t) = g_I(t) + j g_Q(t)$$

$$g_I(t) = |\tilde{g}(t)| \cos(\angle \tilde{g}(t)) \quad \text{In-Phase Komponente}$$

$$g_Q(t) = |\tilde{g}(t)| \sin(\angle \tilde{g}(t)) \quad \text{Quadratur Komponente}$$

$$g(t) = \Re\{\tilde{g}(t) \cdot \exp(j2\pi f_c t)\}$$

$$= g_I(t) \cos(2\pi f_c t) - g_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

**Basisbanddarstellung:** Bandpassfilter lassen sich auf einen äquivalenten Tiefpassfilter im Basisband abbilden:

$$\tilde{y}(t) = \frac{1}{2} (\tilde{h}(t) * \tilde{x}(t))$$

### 5.3 Puls-Amplitude-Modulation (PAM)

Signale unterscheiden sich in der Amplitude.

$$\phi_i(t) = iE_0 \cdot g(t) \cdot \cos(2\pi f_c t)$$

$A_i = iE_0$  ist die Amplitude,  $g(t)$  die Signalform und der cos verschiebt das ganze auf die Trägerfrequenz  $f_c$ . Fehlerwahrscheinlichkeit einer M-ary PAM mit Signalraumabstand  $d$ . ( $E_0 = (d/2)^2$ )

$$P_e \simeq 2 \left( 1 - \frac{1}{M} \right) \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{d^2}{4N_0}} \right) \quad ?$$

## 5.4 Kohärentes Phase-Shift-Keying (PSK)

### 5.4.1 Binäre PSK (BPSK)

Die Signale für die Bits 0 und 1 sind definiert als:

$$\begin{aligned}s_0(t) &= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t) \\s_1(t) &= \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \pi) \\&= -\sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t)\end{aligned}$$

Dabei ist die Trägerfrequenz  $f_c = \frac{n_c}{T_b}$  so gewählt, dass sie eine ganze Anzahl Schwingungen pro Bit hat. Der Signalraum ist eindimensional und hat die Basisfunktion:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_c t), \quad 0 \leq t < T_b$$

Daraus folgt, dass  $s_0(t) = \sqrt{E_b}\phi_1(t)$  und  $s_1(t) = -\sqrt{E_b}\phi_1(t)$  für  $0 \leq t < T_b$ .

Für die Detektion wird der Signalraum in Entscheidungsregionen eingeteilt. Daraus ergibt sich die Fehlerwahrscheinlichkeit zu:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

### 5.4.2 Quadratische PSK (QPSK)

Das ist eine 4-ary Verwirklichung der PSK. Es werden 2 Bit gleichzeitig übertragen, dafür braucht es aber 4 Phasenstufen ( $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{4}$ ,  $\frac{5\pi}{4}$ ,  $\frac{7\pi}{4}$ ), womit gilt:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left( 2\pi f_c t + (2i - 1) \frac{\pi}{4} \right), \quad 0 \leq t \leq T; 1 \leq i \leq 4$$

Für die Verteilung verwendet man üblicherweise die Gray-Codierung:

$$10 \longrightarrow \frac{\pi}{4}, \quad 00 \longrightarrow \frac{3\pi}{4}, \quad 01 \longrightarrow \frac{5\pi}{4}, \quad 11 \longrightarrow \frac{7\pi}{4}$$

Daraus folgt, dass der Signalraum (Abbildung 3) zweidimensional ist mit

$$\begin{aligned}\phi_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \\ \phi_2(t) &= \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t)\end{aligned}$$

Für die Fehlerwahrscheinlichkeit gilt:

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

### 5.4.3 M-wertige PSK (M-ary PSK)

Für noch grössere Blöcke als bei QPSK gilt:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left( 2\pi f_c t + (i - 1) \frac{2\pi}{M} \right), \quad 0 \leq t \leq T; 1 \leq i \leq M$$

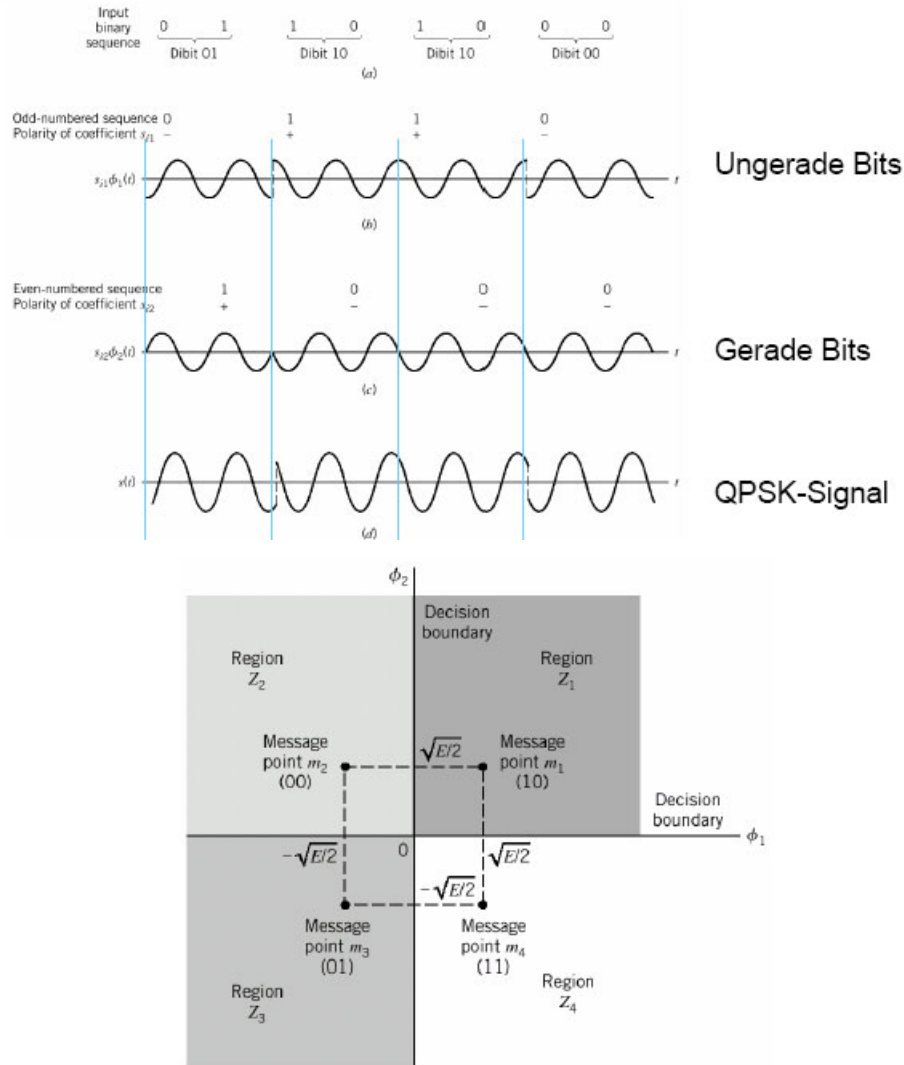


Abbildung 3: Signalraum der QPSK

Der Signalraum bleibt weiter zweidimensional mit den gleichen Basisfunktionen wie bei QPSK, aber die Fehlerwahrscheinlichkeit ändert sich durch die Neuaufteilung der Entscheidungszonen zu:

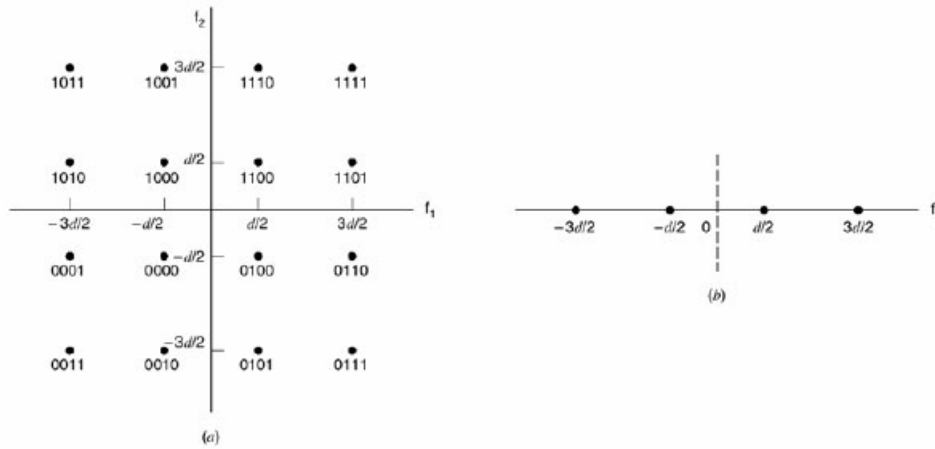
$$P_e = \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{E}{N_0}} \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right)$$

#### 5.4.4 Hybride Amplituden/Phasen Modulationsverfahren (QAM)

Wird zusätzlich zur Phase auch noch die Amplitude verändert, so spricht man von einer M-ary quadrature amplitude modulation (QAM).

Sie hat die selben 2 Basisfunktionen wie das QPSK! Die Symbole haben die Koordinaten:  $s_i = \begin{pmatrix} a_i d_{min}/2 \\ b_i d_{min}/2 \end{pmatrix}$ , wobei  $a_i$  und  $b_i$  ungerade sind und  $i = 1, \dots, M$  und  $d_{min}$  ist der minimale Abstand zwischen zwei Meldungen im Signalraum.

Bsp. für 16-QAM:



Signalraumkonstellation des  
16-QAM Signals

Signalraumkonstellation des  
zugehörigen 4-PAM Signals

Die Fehlerwahrscheinlichkeit berechnet sich durch:

$$P_e \cong 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_0}{N_0}} \right)$$

wobei gilt:  $E_0 = (\frac{d}{2})^2$ . Oder über die mittlere Leistung  $E_{av}$  des Signals:

$$P_e \cong 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{3E_{av}}{2(M-1)N_0}} \right)$$

## 5.5 Kohärentes Frequency-Shift Keying (FSK)

### 5.5.1 binäre FSK

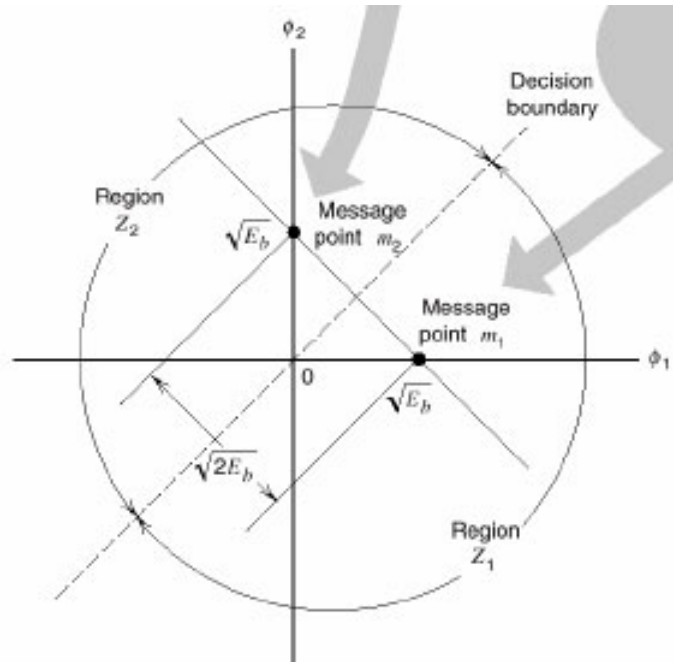
Hier werden die Symbole 0 und 1 frequenzmoduliert. Die Signale sind beschrieben durch:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_i t), \quad 0 \leq t \leq T_b, f_i = \frac{n_c + i}{T_b}$$

Dabei repräsentiert  $i = 1$  das Symbol 1 und  $i = 2$  das Symbol 0. Dadurch sind die beiden Signale orthogonal zueinander (aber nicht orthonormal). Es definieren sich wie gewohnt die beiden Basisfunktionen  $\phi_i(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos(2\pi f_i t)$ ,  $0 \leq t \leq T_b$ . Dadurch bekommen wir die zweidimensionalen Koordinaten der Signale:

$$s_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{E_b} \\ 0 \end{pmatrix} \quad s_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E_b} \end{pmatrix}$$

Im folgenden Bild sind die Signale mit ihren Entscheidungsregionen dargestellt.

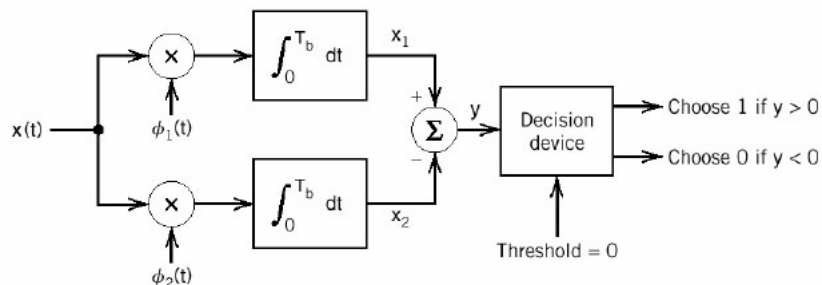
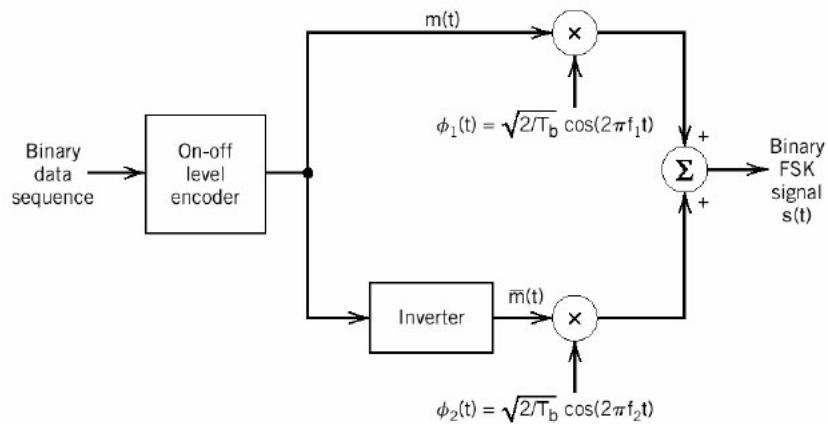


Daraus ist ersichtlich, dass die euklidische Distanz zwischen den beiden Signalpunkten hier beim FSK  $d_{min} = \sqrt{2E_b}$  ist. Dies ist insofern relevant, da dies einen direkten Einfluss auf die Fehlerwahrscheinlichkeit hat!

$$P_{e,BFKS} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right)$$

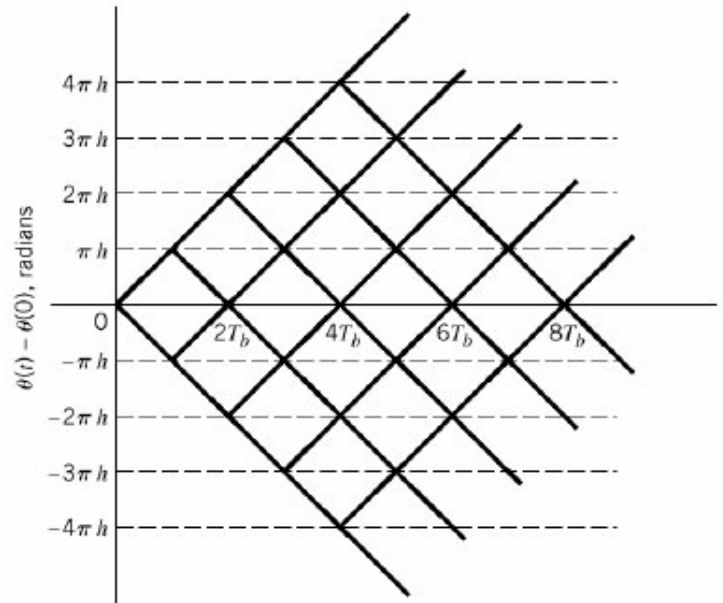
Im Vergleich zu PSK wo die euklidische Distanz  $d_{min} = 2\sqrt{E_b}$  besteht, ist die Fehlerwahrscheinlichkeit gegeben durch:  $P_{e,PSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$ .

Sender und Empfänger von FSK haben folgende Form:



### 5.5.2 Continuous Phase FSK

Phasensprünge sind für's Leistungsdichtespektrum nicht gut. Deshalb gibt es CP-FSK.



$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t + \theta(t))$$

wobei

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta(0) \pm \frac{\pi h t}{T_b}, & 0 \leq t \leq T_b & \quad \text{zeitabhängige Phase!} \\ h &= T_b(f_1 - f_2) \\ f_c &= \frac{1}{2}(f_1 + f_2) \end{aligned}$$

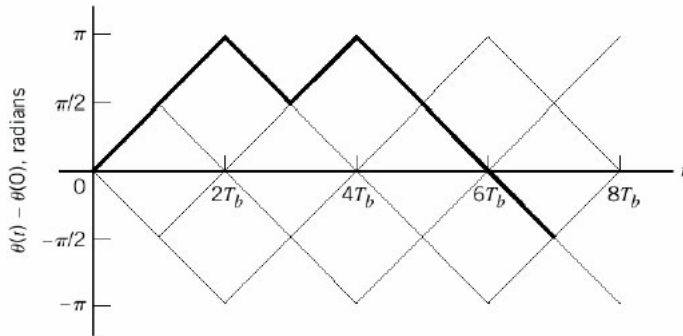
Erklärung: Jede Spur entspricht einer möglichen Symbolfolge. Für  $h = 1$  (d.h. Frequenzdifferenz entspricht gerade der Bitrate) und  $t_k = kT_b$  gilt:

- k gerade  $\longrightarrow \theta(t_k) \bmod 2\pi = 0$
- k ungerade  $\longrightarrow \theta(t_k) \bmod 2\pi = \pi$

### 5.5.3 Minimum Shift Keying (MSK)

Wir schauen weiterhin das CPFSK Signal von vorhin an!

Für  $h = 0.5$  entspricht die Frequenzdifferenz der beiden Signale gerade der Hälfte der Bitrate:  $(f_1 - f_2) = \frac{1}{2T_b}$ . Dies ist der minimale Abstand bei dem die beiden Signale noch orthogonal sind! Dadurch ergibt sich folgende "neue" Phasenbaumdarstellung, wo Verschiebung um  $+\frac{\pi}{2}$  eine 1 bedeutet und Verschiebung um  $-\frac{\pi}{2}$  eine 0 bedeutet.



Datenbits:1101000

- Zeichnet man den Phasenverlauf  $\theta(t) \bmod 2\pi$  auf, so erhält man die Phasen-Trellis (Spalier).

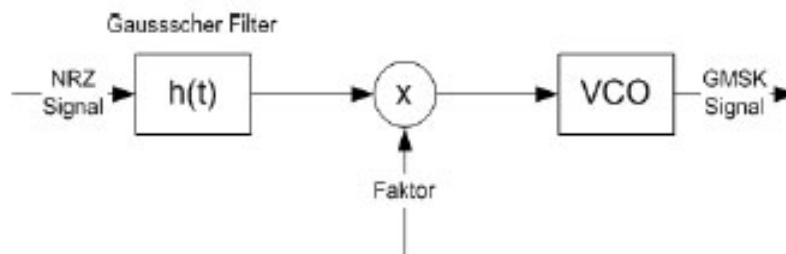
Bemerkungen zur MSK:

- Der optimale Empfänger muss jeweils den Signalverlauf über  $2T_b$  für die Entscheidung eines Bits verwenden.
- Die Fehlerrate entspricht der von BPSK:  $BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$
- Das Spektrum ist stärker um den Träger konzentriert als bei BFSK oder BPSK.
- Die Vorteile von MSK sind somit, dass es eine konstante Amplitude, eine relativ kleine Bandbreite und geringe Fehlerwahrscheinlichkeit hat.

**Definition:** *Sidelob* bezeichnet die Nebenmaxima eines Spektrums. Diese bestimmen den Kanalabstand bei Frequenzmultiplexing. Spektrum fällt asymptotisch um so schneller ab, je weniger Ableitungen für das Zeitsignal existieren.

#### 5.5.4 Gaussian MSK

Für viele Netzwerke, insbesondere drahtlose, ist MSK eine zu ineffiziente Nutzung des Spektrums. Dessenwegen fügt man einen Gaussischen Filter vorne ein, der die spektralen Eigenschaften verbessert, aber den Nachteil von ISI hat. Mittels der Bestimmung der Bandbreite  $W$  des Filters  $h(t)$  (siehe folgende Abbildung), findet man einen Kompromiss zwischen ISI und Spektrum.



Der Gaussische Filter hat die Gleichungen:

$$h(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\log 2}} W \exp \left( -\frac{2\pi^2}{\log 2} W^2 t^2 \right) \quad H(jw) = \exp \left( -\frac{\log 2}{2} \left( \frac{f}{W} \right)^2 \right)$$

Die Antwort auf dieses Filter berechnet sich einfach durch einsetzen in  $g(t) = \int_{-T_b/2}^{T_b/2} h(t - \tau) d\tau$  Das dimensionslose Produkt  $WT_b$  bestimmt die Höhe der Sidelobs (Nebenmaxima). Je kleiner dieses ist, desto kleiner sind die Sidelobs.

Ein Beispiel ist GSM für den Mobilfunk: Es wird ein GMSK-Signal mit  $WT_b = 0.3$  und einer Bitrate von 271 kb/s was dazu führt, dass 99% der Leistung in 250 kHz Bandbreite liegt wobei ein Kanalraster von 200 kHz verwendet wird.

## 5.6 Nicht kohärente Signale

### 5.6.1 Nichtkohärente binäre FSK

Oft ist nicht nur das Rauschen des Kanals unbekannt, sondern auch die Phase des Trägers. Mögliche Gründe dafür sind: wechselnde Ausbreitungsbedingungen durch die sich die Phase schnell ändert und eine Synchronisation zu aufwändig wäre; bewusst um Empfänger einfach zu machen.

Ein System bei dem man die Trägerphase nicht kennt, nennt man **inkohärent**.

### 5.6.2 Optimaler quadratischer Empfänger für FSK

Empfangenes Signal:

$$x(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_i t + \theta) + w(t) \quad \theta \text{ unbekannte Trägerphase}$$

$\theta$  ist zufällig verteilte Variable mit Dichte:  $f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{2\pi}$  mit  $-\pi < \theta \leq \pi$ . Der Optimalempfänger maximiert die Likelihoodfunktion  $L(s_i(\theta))$  bezüglich  $i$ . Durch Mittelung über  $\theta$  erhält man die Likelihoodfunktion  $L(s_i)$  welche nicht mehr von der Phase abhängt.

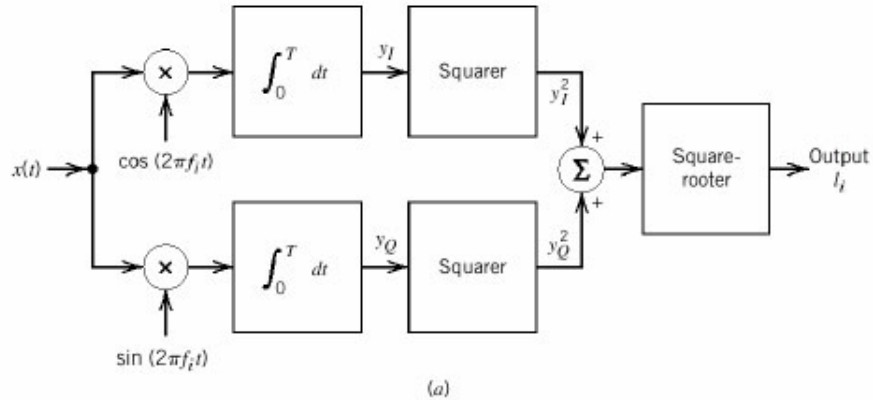
$$L(s_i(\theta)) = \exp\left(\sqrt{\frac{E}{N_0 T}} \int_0^T x(t) \cos(2\pi f_i t + \theta) dt\right)$$

Daraus folgt der Entscheidungstest dafür welches Signal gesendet wurde ( $s_1$  oder  $s_2$ ):

$$I_i = \left[ \left( \int_0^T x(t) \cos(2\pi f_i t) dt \right)^2 + \left( \int_0^T x(t) \sin(2\pi f_i t) dt \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Je nachdem welches  $I_i$  grösser ist, dessen  $i$ -tes Signal wurde eher gesendet!

Das System dazu würde folgendermassen aussehen, wobei ein Komparator die  $I_i$  vergleicht und entscheidet.



Anstatt des Integrals könnte aber auch ein matched Filter eingesetzt werden mit einem Sampling danach zur Zeit T.

Die Fehlerwahrscheinlichkeit für nichtkohärentes MSK (nichtkohärentes binäres FSK) ist:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right) \geq P_{e,BFSK}$$

### 5.6.3 Binäres Differential-Phase-Shift-Keying (DPSK)

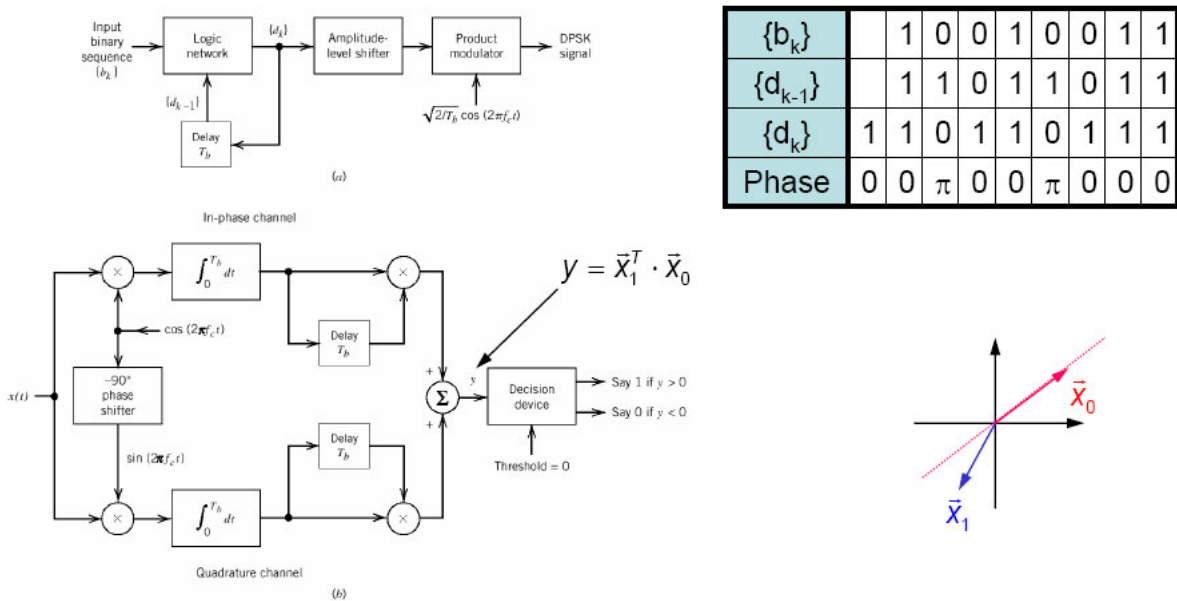
Bei der DPSK wird durch eine Vorkodierung beim Sender ein Symbol relativ zum vorherigen kodiert:

- bei einem Symbol 0 wird ein Phasensprung von  $180^\circ$  eingeführt
- bei einem Symbol 1 wird kein Phasensprung eingeführt

Das bedeutet, dass der Empfänger einen Speicher für die vorangegangene Phase braucht. DPSK ist ein Spezialfall von nicht kohärenter, orthogonaler Modulation mit  $T = 2T_b$  und  $E = 2E_b$ , da die beiden Signale nur über 2 Bitperioden orthogonal sind! Für die Bitfehlerrate gilt:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right)$$

Hier sind Erzeugung (a) und Detektion(b) von DPSK dargestellt:



### 5.6.4 M-ary DPSK

$$\theta_n = \theta_{n-1} + \left(\frac{2\pi}{M}\right) m_n \quad \text{modulo } 2$$

$$P_e \cong \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{2E}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{2M}\right)\right), \quad M \geq 4, \frac{E}{N_0} \gg 1$$

## 5.7 Vergleich verschiedener digitaler Modulationsverfahren

Bitfehlerrate für AWGN-Kanal

Modulationsart	BER
Kohärente $\left\{ \begin{array}{l} \text{Binäre PSK} \\ \text{QPSK} \\ \text{MSK} \end{array} \right\}$	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{E_b/N_0} \right)$
Kohärente Binäre FSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{E_b/2N_0} \right)$
DPSK	$\frac{1}{2} \exp \left( -E_b/N_0 \right)$
Nichtkohärente Binäre FSK	$\frac{1}{2} \exp \left( -E_b/2N_0 \right)$

Es gilt für die Fehlerfunktion die Abschätzung

$$\operatorname{erfc}(u) < \frac{\exp(-u^2)}{\sqrt{\pi}u} \quad \text{für } u > 0$$

## 6 Sicherungsschicht

### 6.1 Grundlegende Konzepte

Die Sicherungsschicht (OSI 2) stellt eine definierte Schnittstelle zur Vermittlungsschicht zur Verfügung. Zu ihren Hauptaufgaben gehören die Behandlung von Übertragungsfehlern und die Flusskontrolle. Es gibt dabei folgende 3 Diensttypen

- Unbestätigter, verbindungsloser Dienst
- Bestätigter, verbindungsloser Dienst
- Bestätigter, verbindungsorientierter Dienst

Ein Beispiel für verbindungslos ist LAN, eines für verbindungsorientierter ist WAN.

Die Sicherungsschicht ist auch dafür verantwortlich, den Datenstrom in Frames (Rahmen) einzuteilen. Dies geschieht mittels Framing (markieren von Anfang und Ende eines Frames mit Flags) and Stuffing (falls Flags innerhalb des Frames vorkommen, müssen Escape-Sequenzen (ESC) gesetzt werden).

Verfahren zur zuverlässigen Datenübertragung sind:

- **Fehlervorwärtskorrektur (forward error correction, FEC):** Durch viel Redundanz können Fehler erkannt und behoben werden!
- **Fehlererkennung und Wiederholungsanforderung:** Durch wenig Redundanz können Fehler erkannt werden und das entsprechende Frame neu angefordert werden!
- **Flusskontrolle:** Mittels Rückmeldungen vom Empfänger kann der Sender gebremst werden.

### 6.2 Fehlerkorrigierende und Fehlererkennende Codierung

#### 6.2.1 Binäre Vektoren

- Die **Addition** von binären Vektoren ist durch die XOR Operation gegeben. Das heisst, durch die Addition der  $j$ -ten Stellen  $c_j + a_j$  jeweils modulo 2.
- Ein Code ist **linear**, wenn die lineare Verknüpfung (z.B. Addition) von Codewörtern wieder ein Codewort ergibt. Lineare Codes enthalten immer das Null-Wort.
- Das **Hamming-Gewicht**  $wt(c)$  eines Vektors  $c$  ist gegeben durch die Anzahl der von 0 verschiedenen Elemente von  $c$

- Die **Hamming-Distanz**  $dist(a, c)$  zweier Vektoren  $a, c$  ist gegeben durch die Anzahl der unterschiedlichen Elemente von  $a$  und  $c$  was somit  $dist(a, c) = wt(a + c)$  entspricht. (Je grösser die Hamming-Distanz desto unterschiedlicher sind die beiden Vektoren und desto weniger werden sie verwechselt!)
- Die **Mindestdistanz**  $d$  eines Codes  $C$  ist die minimale Distanz zweier unterschiedlicher Codewörter:  $d = \min_{a, c \in C} \{dist(a, c)\}$ .  
Für lineare Codes entspricht dies dem minimalen Gewicht:  $d = \min_{a, c \in C} \{wt(a + c)\}$ .

Nehmen wir nun an, dass unser binärer Vektor durch einen physikalischen Kanal gesendet wird und sich ein Fehlervektor  $f$  hinzu addiert. Es ist nun die Frage, wieviel Fehler wir korrigieren können unter der Bedingung, dass wenige Fehler wahrscheinlicher sind als viele.

Ein empfangener Vektor  $r = c + f$  kann eindeutig wieder  $c$  zugewiesen werden, falls für die Distanz zu einem beliebigen anderen Codewort  $a$  gilt

$$dist(c, c + f) < dist(a, c + f) \quad \Leftrightarrow \quad wt(f) < wt(a + c + f)$$

$$\Rightarrow wt(f) \leq \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor \quad \text{abgerundet auf ganze Zahl}$$

**Definition, Fehlerkorrekturfähigkeit eines linearen Blockcodes :**

Ein Code  $C(n, k, d)$  ist ein linearer Blockcode der Länge  $n$  (gesamte Länge des zu übermittelnden Blocks mit Redundanz), der Dimension  $k$  (Anzahl Informationsbits) und der Mindestdistanz  $d$ , mit dem  $e \leq \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$  Fehler eindeutig korrigiert oder  $e \leq d - 1$  Fehler eindeutig erkannt werden können. ( $n - k =$  Anzahl der Redundanzbits / Paritätsbits;  $\frac{k}{n} =$  Codrate)

**Hamming-Schranke :**

Für die Anzahl Codewörter eines binären Code  $C(n, k, d)$  muss gelten

$$2^k \left( 1 + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{\lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor} \right) \leq 2^n$$

Gilt für einen Code Gleichheit, dann ist der Code **perfekt!**

**6.2.2 Codierung**

Ein Codewort  $c$  kann auch als Polynom  $c(x)$  dargestellt werden. Die Abbildung eines Informationsvektors  $i(x)$  auf einen Codevector  $c$  mittels des Generatorpolynoms  $g(x)$  lässt sich folgendermassen realisieren:

- **Multiplikation mit dem Generatorpolynom:** Es bildet sich das Informationspolynom zu  $i(x) = i_0 + i_1x + \dots + i_{k-1}x^{k-1}$ . Es gilt:  $c(x) = i(x) \cdot g(x)$ .
- **Division durch das Generatorpolynom:** Die  $n - k$  Prüfstellen werden durch Division mit Rest gebildet:  
 $(i_{n-1}x^{n-1} + \dots + i_{n-k}x^{n-k}) : g(x) = a(x), \text{Rest} : rest(x)$   
 $c(x) = i_{n-1}x^{n-1} + \dots + i_{n-k}x^{n-k} - rest(x)$   
dabei gilt  $grad(rest(x)) < grad(g(x))$

Die Polynomdivision kann mit einem Schieberegister realisiert werden.

### Beispiel CRC (Cyclic Redundancy Check)

CRC Codes sind **systematische Codes**, d.h. die  $k$  Informationszeichen sind unverändert ein Teil des Codeworts.

Polynom $g(x)$	Bezeichnung
$x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$	CRC-16
$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$	CRC-CCITT
$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x^1 + 1$	CRC-32

Damit der CRC nicht unnütz zwischengespeichert werden muss, steht er oftmals im Trailer anstatt im Header!

### Lineare Blockcodes

$$\begin{aligned}
 \vec{x}_m &= [x_{m1}, \dots, x_{mk}] && \text{Informationswort} \\
 \vec{c}_m &= [c_{m1}, \dots, c_{mn}] && \text{Codewort} \\
 &= \vec{x}_m \cdot G \\
 &= \left[ \underbrace{x_{m1} \dots x_{mk}}_{\text{Informationsbits}} \quad \underbrace{c_{m,k+1} \dots c_{mn}}_{\text{Prüfbits}} \right] \\
 G &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & p_{11} & \dots & p_{1,n-k} \\ & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 1 & p_{k1} & \dots & p_{k,n-k} \end{bmatrix} && \text{Generatormatrix} \\
 &= [I_k | P] \\
 H &= [-P^T | I_{n-k}] && \text{Matrix des dualen Codes} \\
 &\Leftrightarrow HG^T = GH^T = 0 \\
 &\Leftrightarrow c_m H^T = 0 && \text{Kontrollmatrix}
 \end{aligned}$$

Das minimale Gewicht entspricht der Anzahl linear abhängiger Zeilen von  $H^T$ .

### 6.2.3 Decodierprinzipien

**Fehlererkennung:** Es muss überprüft werden, ob ein empfangenes Wort  $r$  ein Codewort ist oder nicht, d.h. ob  $r \in C$  ist. Bei einem CRC-Code beispielsweise, kann man ganz einfach Polynomdivision des empfangenen Wortes durch das Generatorpolynom machen und falls es keinen Rest gibt, dann ist es ein gültiges Codewort.

**Maximum-Likelihood-Decodierung (ML)** Das empfangene Wort  $r$  wird das wahrscheinlichste Codewort  $\hat{c}$  angenommen.

$$\hat{c} = \operatorname{argmax}_{a \in C} P(r|a)$$

**Symbolweise Maximum-a-posteriori-Decodierung (MAP)** Hier wird jeweils ein einziges Symbol  $c_i$  betrachtet und die Wahrscheinlichkeit berechnet mit der dieses Symbol einen Wert annimmt. Der Vektor  $c$  muss im Gegensatz zur ML-Decodierung kein gültiges Codewort sein.

$$\hat{c}_i = \operatorname{argmax}_{a \in \{0,1\}} P(r_i|a_i)$$

**Begrenzte Mindestdistanz Decodierung (BMD)** Es wird nur decodiert wenn sich  $r$  innerhalb einer Korrekturkugel mit Radius  $\lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$  befindet.

### 6.2.4 Fehlerwahrscheinlichkeit

Die **Restblockfehlerwahrscheinlichkeit** gibt an mit welcher Wahrscheinlichkeit ein gesendetes Codewort nicht dem decodierten Codewort entspricht.

Die **Restbitfehlerwahrscheinlichkeit** gibt an mit welcher Wahrscheinlichkeit ein gesendetes Bit nicht dem decodierten Bit entspricht.

Es sei nun ein binärer, symmetrischer Kanal (BSC) und ein Code  $C(n, k, d)$  gegeben.

- Decodierprinzip - *Fehlererkennung*: Es tritt genau dann ein Decodierfehler auf, wenn der Fehler ein Codewort ist.  $w_j$  ist die Anzahl Codewörter mit Gewicht  $j$ ,  $p$  ist die Fehlerwahrscheinlichkeit.

$$P_{block} = \sum_{j=1}^n w_j p^j (1-p)^{n-j}$$

- Decodierprinzip - *BMD (Bounded Minimum Distance)* Decodierverfahren. Es wird nur dekodiert, falls sich  $r$  innerhalb einer Korrekturkugel mit Radius  $e = \lfloor (d-1)/2 \rfloor$  liegt:

$$P_{block} = \sum_{j=e+1}^n \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j}$$

- Decodierprinzip - *Maximum-Likelihood-Decodierung*

$$P_{block} = 1 - \sum_{j=0}^n \alpha_j p^j (1-p)^{n-j} \quad , \alpha_0 = 1$$

wobei  $\alpha_j$  die Anzahl der Cosetleader vom Gewicht  $j$  ist.

### 6.3 Fehlervorwärtskorrektur (forward error correction FEC)

Solche Verfahren werden nicht nur in der Sicherungsschicht sondern auch in der physikalischen und Transportschicht eingesetzt. Die Bitfehlerrate  $BER$  wird festgelegt als

$$BER = \frac{\text{Anzahl fehlerhafte Bits}}{\text{Anzahl übertragene Bits}}$$

Durch Redundanz können Fehler erkannt und zum Teil sogar verbessert werden dabei ist die Code-Rate  $R$

$$R = \frac{k}{n}$$

Um Codierverfahren unterschiedlicher Rate gerecht miteinander vergleichen zu können, gibt man die Energie pro Informationsbit  $E_b$  bezogen auf die spektrale Rauschleistungsdichte  $N_0$  an. Es gilt

$$k \cdot E_b = n \cdot E_s$$

wobei  $E_s$  die Energie eines Symbols ist.

Man untersucht also die Bitfehlerrate  $BER$  als Funktion von  $E_b/N_0$  [dB]. Wird durch die Codierung die gleiche Bitfehlerrate bei kleinerem  $E_b$  erreicht, verglichen mit der uncodierten Übertragung, so spricht man von einem **Codiergewinn**.

### 6.4 Automatic Repeat Request (ARQ)-Protokolle

Wie bereits gesagt ist ein Verfahren zur Reduktion der Fehlerwahrscheinlichkeit die Fehlerforwärtskorrektur mittels fehlerkorrigierender Codes/ Redundanz. Eine andere/zusätzliche Methode ist das ARQ welches einfach die fehlerhaften Daten wiederholt (weniger Redundanz). Konkret gilt:

- FEC ist vorteilhaft bei konstant hoher BER ( $10^{-5} < P_{Bit} < 10^{-1}$ )
- ARQ ist vorteilhaft bei niedriger BER ( $P_{Bit} < 10^{-5}$ )
- neuere Methoden: Hybride und adaptive Verfahren

### 6.4.1 Reines ARQ-System

#### Definition Paketfehlerrate :

Die Paketfehlerrate  $P(E)$  ist der Anteil der irrtümlich vom Empfänger als korrekt eingestuft Pakete bezogen auf die Gesamtzahl von Paketen. Wir definieren weiter dadurch:

- $P_e$  = Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehler nicht erkannt wird
- $P_r$  = Wahrscheinlichkeit, dass ein Fehler erkannt wird = Wahrscheinlichkeit für eine Wiederholung

**falls der Rückkanal fehlerfrei ist...**

$$P(E) = P_e + P_e P_r + P_e P_r^2 + \dots = P_e \sum_{i=0}^{\infty} P_r^i = \frac{P_e}{1 - P_r}$$

**falls der Rückkanal fehlerbehaftet ist...** (d.h. ACKs und NACKs können vertauscht werden)

Die Paketfehlerrate ist aber ebenfalls:

$$P(E) = \frac{P_e}{1 - P_r}$$

Dies zeigt, dass die Qualität des Rückkanals keinen Einfluss auf die Paketfehlerrate hingegen aber Einfluss auf den Durchsatz hat.

#### Definition Durchsatz :

Der Durchsatz  $\eta$  eines ARQ-Systems ist die Anzahl von Informationsbits, die in einer gewissen Zeit übertragen und vom Empfänger akzeptiert werden, bezogen auf die Anzahl der Bits, die in dieser Zeit insgesamt über den Kanal hätten übertragen werden können.

**Falls alle Pakete  $k$  Informationsbits enthalten, definiert sich die durchschnittliche Anzahl Übertragungsversuche zu:**

$$\theta = (1 - P_r) + 2P_r(1 - P_r) + 3P_r^2(1 - P_r) + \dots = (1 - P_r) \sum_{i=0}^{\infty} i P_r^{i-1} = \frac{1}{1 - P_r}$$

werden nun noch  $r = n - k$  Redundanzbits angehängt ergibt sich der maximal Durchsatz zu

$$\eta_{max} = \frac{k}{n\theta} = R(1 - P_r)$$

wobei  $R$  die Rate des fehlererkennenden Codes ist.

### 6.4.2 Stop and Wait ARQ

SW-ARQ erwartet für jedes gesendete Paket ein ACK und wartet solange bis dieses eintrifft oder das Timeout abgelaufen ist.

#### Durchsatz :

Während der Wartezeit könnten  $\Gamma = R_{\ddot{u}}(\delta_{AB} + \delta_P + \delta_{BA})$  Bits übertragen werden, wobei  $\delta_{AB}$  und  $\delta_{BA}$  die Signallaufzeiten,  $\delta_P$  die Verarbeitungszeit und  $R_{\ddot{u}}$  die Übertragungsrate ist. Dementsprechend gilt für den Durchsatz

$$\eta_{SW} = \frac{k}{\theta(n + \Gamma)} = \frac{\eta_{max}}{1 + \frac{\Gamma}{n}}$$

Bei fehlerbehaftetem Rückkanal ergibt sich

$$\eta_{SW}^{FR} = R \frac{(1 - P_r)(1 - P_{ACK \rightarrow NACK})(1 - P_{NACK \rightarrow ACK})}{(1 + \Gamma/n)(1 - P_r P_{ACK \rightarrow NACK} - P_{NACK \rightarrow ACK} + P_r P_{NACK \rightarrow ACK})}$$

wobei  $P_{\text{NACK} \rightarrow \text{ACK}}$  die Wahrscheinlichkeit ist dass ein NACK fälschlicherweise zu einem ACK wird. Für  $P_{\text{ACK} \rightarrow \text{NACK}} = P_{\text{NACK} \rightarrow \text{ACK}} = P_{\text{RÜCK}}$

$$\eta_{SW}^{FR} = R \frac{(1 - P_r)(1 - P_{\text{RÜCK}})}{(1 + \Gamma/n)}$$

### 6.4.3 Go back N ARQ

Durch ein Sendefenster wird die Anzahl gesendeter Pakete  $N$  seit dem letzten bestätigten Paket begrenzt. Bei einem Übertragungsfehler werden alle nicht bestätigten Pakete nochmal gesendet. → Sendepuffer für  $N$  Pakete nötig!

Die Fensterlänge sollte so gewählt werden, dass der Sender nie auf Bestätigungsmeldungen warten muss:

$$N \geq \left\lceil \frac{R_{\text{ü}}(\delta_{AB} + \delta_P + \delta_{BA})}{n} \right\rceil = \left\lceil \frac{\Gamma}{n} \right\rceil$$

**Durchsatz :**

$$\eta_{GBN} = \left(\frac{k}{n}\right) \left(\frac{1}{1(\theta - 1)N}\right) = \left(\frac{1 - P_r}{1 + P_r(N - 1)}\right)$$

$N$  sollte nicht zu gross gewählt werden, damit der Durchsatz nicht darunter leidet. Im Fehlerfall müssen  $N$  Pakete neu gesendet werden.

### 6.4.4 Selective Repeat ARQ

Beim SR-ARQ werden nur fehlerhafte Pakete erneut übertragen. Dazu ist nicht nur beim Sender sondern auch beim Empfänger ein Puffer nötig! Zudem müssen die ACKs und NACKs mit der entsprechenden Paketnummer versehen werden!

Die Fensterlänge erhält man zu  $2N - 1$  wobei das  $N$  von GBN (oben) berechnet wird!

**Durchsatz :**

$$\eta_{SR} = \left(\frac{k}{n}\right) \left(\frac{1}{\theta}\right) = \eta_{max}$$

und für den fehlerbehafteten Rückkanal:

$$\eta_{SR}^{FR} = R \frac{(1 - P_r)(1 - P_{\text{ACK} \rightarrow \text{NACK}})}{(1 - P_r P_{\text{ACK} \rightarrow \text{NACK}})}$$

### 6.4.5 Hybrides ARQ Typ I

Die Nachteile der bisherigen Verfahren: Der Durchsatz ist stark von der Qualität des Übertragungskanals abhängig.

Bei dem Hybriden ARQ Typ I, werden Codes verwendet die sowohl Fehlererkennung als auch -korrektur erlauben. Die folgenden 2 Ansätze werden dabei unterschieden:

- Systeme mit einem Code: Gegeben sei ein Code der bis zu  $t$  Fehler korrigieren kann, wir definieren ein  $t' < t$  bis zu welchem wir Fehler wirklich korrigieren. Ist die Anzahl der Fehler darüber, dann verlangen wir eine Wiederholung.
- Systeme mit Codeverkettung: Gegeben sei eine Verkettung:

Kodierer  $C_1$  - Kodierer  $C_2$  - Kanal - Decodierer  $C_2$  - Decodierer  $C_1$

dabei ist  $C_1$  ein fehlererkennender Code welcher bei einem Fehler eine Wiederholung anfordert und  $C_2$  ein fehlerkorrigierender Code welcher die Wahrscheinlichkeit einer Übertragung reduziert. Die Paketfehlerrate ist in diesem Fall gegeben durch

$$P_{hybI} = \frac{P_{C_2} P_e}{1 - P_{C_2} P_r}$$

wobei  $P_e$  und  $P_r$  die Wahrscheinlichkeit eines vom Code  $C_1$  detektierten Fehlers und  $P_{C_2}$  die Blockfehlerrate des Codes  $C_2$  ist.

- **Durchsatz für hybrides ARQ Typ I, mit diversen ARQ-Verfahren:**

Grundlegendes ARQ-Verfahren	Durchsatz hybrides ARQ Typ I
Stop-and-Wait	$R_1 R_2 \frac{1 - P_{C_2} P_r}{1 + \frac{1}{n}}$
Go-back-N	$R_1 R_2 \left( \frac{1 - P_{C_2} P_r}{1 + P_{C_2} P_r (N - 1)} \right)$
Selective Repeat	$R_1 R_2 (1 - P_{C_2} P_r)$

R1, R2: Coderaten der beiden Codes

#### 6.4.6 Hybrides ARQ Typ II

Diese Art der Verfahren basieren auf dem Prinzip der inkrementellen Redundanz, d.h. bei einer Wiederholungsanforderung wird zusätzliche Redundanz übertragen, die vom Empfänger verwendet wird um Fehler zu korrigieren. Der Empfänger speichert auch die schlecht übertragenen Pakete um sie mit den neuen Paketen geeignet zu kombinieren. Bsp über

- **Diversity combining:** Identische Kopien eines Pakets werden derart miteinander verknüpft, dass die Zuverlässigkeit der einzelnen Bits des kombinierten Pakets grösser ist als bei jedem einzelnen Paket.
- **Code combining:** Empfangene Codeworte werden solange miteinander verknüpft bis die resultierende Coderate klein genug ist um die Information zuverlässig zurückgewinnen zu können.

#### 6.5 Flusskontrolle

Das heisst der Sender darf nicht mehr senden als der Empfänger verarbeiten kann. Dabei gibt es die Möglichkeit eine **Raten-basierte Flusskontrolle** zu machen, wobei einfach auf einen festen Wert beschränkt wird (kaum eingesetzt), oder die **Feedback basierte Flusskontrolle**, bei der der Empfänger dem Sender mitteilt sobald er bereit ist mehr Daten zu empfangen (meistens eingesetzt). Diese zweite Methode kann beispielsweise durch die SW-ARQ Methode dadurch realisiert werden, dass der ACK nur dann gesendet wird, wenn der Empfänger bereit ist Daten zu empfangen.

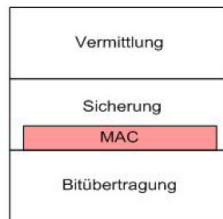
#### 6.6 Beispiel für Protokolle der Sicherungsschicht

Die häufigsten Protokolle für die Sicherungsschicht im Internet sind **innerhalb vom LAN**, das LLC-Protokoll, das eine definierte Schnittstelle für diverse IEEE 802.x Protokolle, wie Ethernet (802.3), Token-Ring (802.5) und Wireless LAN (802.11) zur Verfügung stellt. Zwischen LANs, Router und für den Internetzugriff von zu Hause aus ist das PPP (Point to Point Protokoll) verbreitet.

## 7 Medium Access Control (MAC)

### 7.1 Die Regelung des Kanalzugriffs

Bei einer simplen Punkt zu Punkt Verbindung ist natürlich keine Zugriffskoordination nötig, hingegen wenn der Kanal von mehreren Benutzern verwendet wird (Ethernet) dann muss der Zugriff koordiniert werden z.B. durch MAC.



Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten die MAC zu realisieren. Entweder statisch oder dynamisch:

#### Statische Kanalzuordnung

- **Frequenzmultiplex (FDMA):** Jedem Signal wird ein Frequenzbereich zugeordnet der dann durch Bandpassfilterung zurückgewonnen werden kann.
- **Zeitmultiplex (TDMA):** Aufteilung des Kanals in Zeitschlitzte, so das jedem Signal eine periodische Abfolge von Zeitschlitzten zur Verfügung stehen.
- **Codemultiplex (CDMA):** Die Signale werden mit orthogonalen Codes codiert.

**Dynamische Kanalzuordnung**  $N$  Stationen können gleichzeitig auf einen physikalischen Kanal zugreifen. Bei einer Kollision (zeitliche Überlagerung) müssen die Pakete neu gesendet werden. Um dieses Problem zu mindern, kann man den Kanal zeitunterteilen, so das gewisse Startzeiten für die Übertragung festgelegt sind. Man unterscheidet zudem ob die Stationen eine Trägererkennung haben oder nicht, d.h. ob sie feststellen können, ob der Kanal besetzt ist.

### 7.2 Klassifizierung von MAC Protokollen



- **Wettbewerbsverfahren (random access schemes):**
  - Zugriff wird nicht zentral gesteuert.
  - Kollisionen können durch zeitdiskretisierung und abhören des Mediums vermindert werden.
  - effizient bei wenig Verkehr.

– QoS-Probleme

- **Zuteilungsverfahren:** Bei dieser Methode herrscht ein streng koordinierter Kanalzugriff.
  - **Zentral:** Ein zentraler Knoten verteilt Zeitschlitze, meist im polling-Verfahren, so dass die Stationen aufgefordert werden etwas zu senden.
  - **Dezentral:** Die Erlaubnis Daten zu senden wird im Kreis herumgereicht (Tokenring).
- **Hybride Verfahren (Reservierungsverfahren):** Ein Möglicher Ansatz ist mittels zwei Phasen:
  - **Phase 1:** Es wird ein Request an die zentrale Station gesendet → Kollisionen!
  - **Phase 2:** Zentrale Station spricht einzelne Zeitschlitze zu. → keine Kollisionen!

Um das entsprechend optimale Verfahren zu wählen müssen folgende Punkte berücksichtigt werden:

**Topologie des Netzes, Art des Verkehrs, Übertragungszeit, Übertragungsmedium, Anforderungen an Zuverlässigkeit, Anforderungen an Komplexität, Möglichkeiten der Signalverarbeitung**

### 7.3 MAC Algorithmen

#### Definitionen

**Bedienrate**  $\mu = \frac{1}{T_A}$   
 $T_A$ : mittlere Paketlänge

**Ankunftsrate**  $\lambda = g = \frac{N}{T_D}$   
 $N$ : Anzahl Stationen  
 $T_D$ : Zeit zw. 2 Paketen

**Verkehrsangebot**  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

**Durchsatz**  $S = G \cdot P_0$ : Wahrscheinlichkeit, dass Zeitslot nur ein Packet enthält.  
 $G = g \cdot D$ : Kanalauslastung, Anzahl Pakete pro Zeitslot  
 $P_0$ : Wahrscheinlichkeit, dass Übertragung erfolgreich ist.

#### 7.3.1 Random Access (ALOHA, slotted ALOHA)

ALOHA wurde ende der 60-er Jahre an der Uni Hawaii entwickelt. Es ist ein einfaches Wettbewerbsverfahren. Sobald ein Paket zum versenden bereit steht, wird es abgeschickt. Unmittelbar nach dem korrekten Empfang wird es bestätigt. Das Ausbleiben einer Bestätigung veranlast den Sender das Paket nach einer zufälligen Zeit zu wiederholen.

Die Wahrscheinlichkeit für genau  $k$  generierte Rahmen in einem gegebenen Zeitintervall  $D$  entspricht der Poisson-Verteilung:

$$P[k|D] = \frac{G^k e^{-G}}{k!}$$

dabei ist  $G = g \cdot D$ ,  $D$  die Übertragungsdauer,  $g$  die Kanalzugriffsrate und  $G$  somit die mittlere Anzahl generierter Rahmen pro Rahmendauer = mittlere Auslastung des Systems.  $P_0$  ist dementsprechend der Wahrscheinlichkeit einen leeren Zeitschlitz anzutreffen und  $G = 1$  heisst, es findet im Mittel ein Übertragungsversuch pro Zeitschlitz statt.

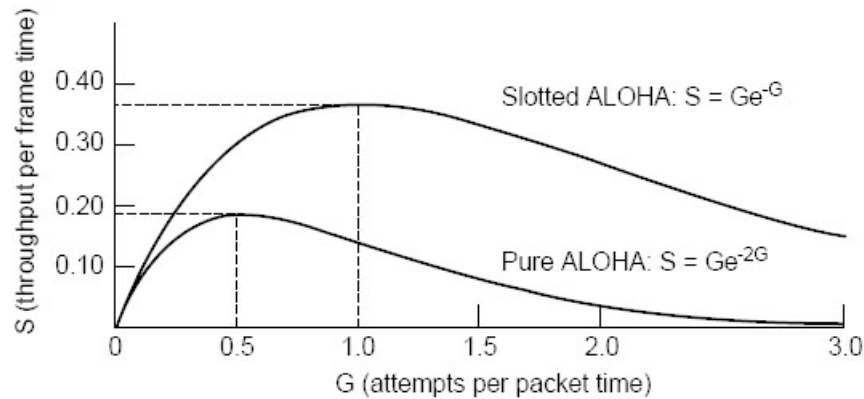
Der Durchsatz (throughput)  $S$  in Rahmen pro Rahmendauer ergibt sich mit der Wahrscheinlichkeit  $P_0$  einer erfolgreichen Übertragung zu:  $S = G \cdot P_0$ .

Zu einer Kollision kommt es, falls innerhalb eines Intervalls  $2D$  zum gesendeten Rahmen mindestens ein weiterer gesendet wird. Somit wird  $P_0 = P[k = 0|2D] = e^{-2G}$ . Daraus ergibt sich der Durchsatz für **normales ALOHA** zu:

$$S = G \cdot e^{-2G}$$

Durch die Einteilung des Kanalzugriffs in diskrete Zeitschlitze, bekommen wir **slotted ALOHA** mit einem Durchsatz von

$$S = G \cdot e^{-G}$$



Es definiert sich die Datenrate:  $B = S \cdot R$  wobei  $R$  die Kanalrate ist. Dadurch finden wir das Maximum für die Anzahl Stationen ( $G=1$ ) bei  $N = \frac{b}{b}$ , wobei  $b$  die Datenrate einer Station ist.

### 7.3.2 Carrier Sense Multiple Access (CSMA)

Carrier Sense Verfahren vermindern die Anzahl Kollisionen durch abhören des Mediums.

**1-persistent** Sobald der Kanal frei ist wird ein Übertragungsversuch gestartet.

**non-persistent** Bei einer detektierten Übertragung wird eine zufällige Zeit abgewartet bis zur nächsten Überprüfung

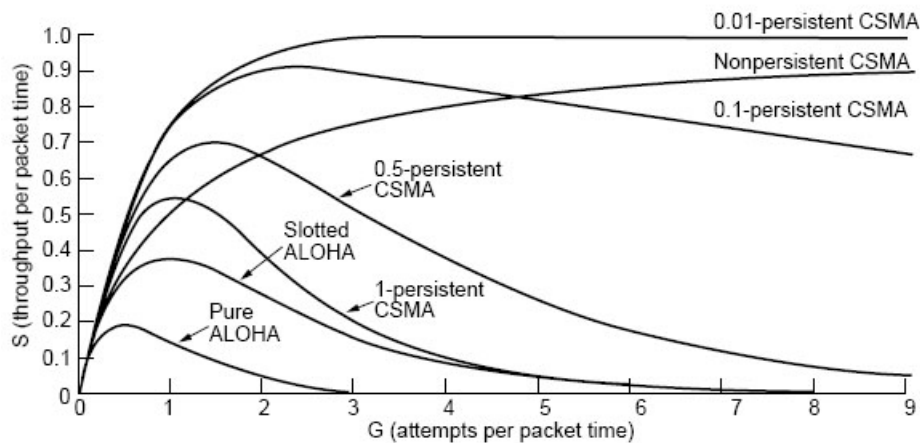
**p-persistent** (nur wenn in Zeitschlitze eingeteilt!) Sobald der Kanal frei ist, wird mit Wahrscheinlichkeit  $p$  übertragen.

**vulnerable Period**  $\tau$  Zeit zu Beginn einer Übertragung mit CSMA, während der auf grund verschiedener Signallaufzeiten dennoch Kollisionen auftreten können. Entspricht der maximalen Signallaufzeit.

#### Durchsatz eines CSMA-Protokolls

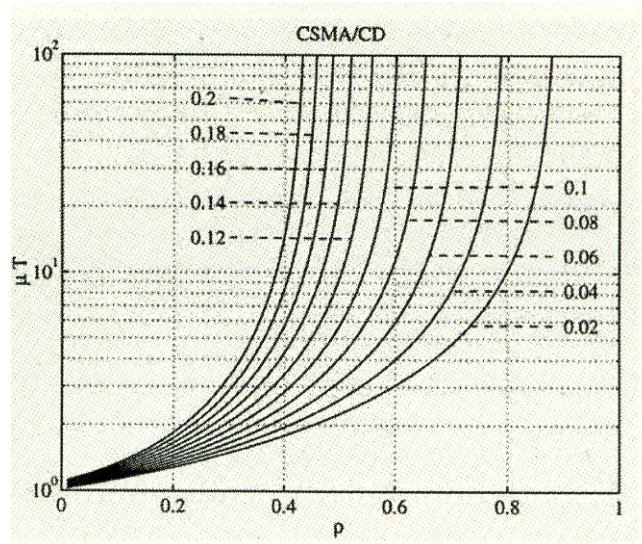
$$S_{\text{non-persistent}} = \frac{e^{-Tg}}{T/D + 1 + \alpha}$$

$g$ : Ankunftsrate  $[\frac{1}{s}]$ ;  $\tau$ : vulnerable period, maximale Signallaufzeit;  $D$ : mittlere Dauer einer Übertragung;  $T$ : mittlere Zeit ohne Auslastung;  $\alpha = \tau/D$



Da aber auch hier noch Kollisionen auftreten können, gibt es nochmals eine Verbesserung, nämlich **CSMA/CD** was einfach CSMA mit collision detection heisst. Sofern alle Stationen gleichzeitig senden und abhören können, kann die Übertragung abgebrochen werden, sobald eine Kollision entdeckt wird (fast nur bei drahtgebundenen Systemen wie z.B. Ethernet möglich).

Es gilt:  $\alpha = \frac{\tau}{T_A}$  und Verzögerungszeit  $T_V = \mu T \cdot T_A$  wobei  $\tau$  die Signallaufzeit und  $T_A$  die mittlere Paketlänge ist.



### 7.3.3 Kollisionsfreie Protokolle

Damit wir garantieren können, dass keine Kollisionen auftreten, müssen alle Stationen mithören können und synchron sein. Zudem muss jede Station eine eigene unikate binäre Adresse haben. Beim Kanalzugriff überträgt dann jede Station die Adresse bitweise angefangen mit dem höchstwertigen Bit. Die Bits werden dann per OR verglichen und sobald eine andere Station eine 1 sendet wo die eigene Station eine 0 gesendet hat, hat die eigene keine Zugriffsberechtigung.

Das heisst also, dass die Station mit der höchsten binären Adresse immer Vorrang hat gegenüber den anderen. Dies ist prinzipiell unfair, kann aber verbessert werden indem die binären Adressen rotieren.

### 7.3.4 Protokolle mit eingeschränktem Wettbewerb

Hybridverfahren.

#### adaptive tree walk protokol

- Alle Stationen sind Endknoten eines binären Baumes. Bei tiefer Last wird allen Stationen der Zugriff gestattet.
- Bei einer Kollision wird nur einem Teilbaum der Zugriff erlaubt, wodurch sich die Kollisionswahrscheinlichkeit reduziert. Es folgt also ein rekursiver Abstieg, bis keine Kollision mehr auftritt.
- Die Ebene des Baumes, auf der die Suche gestartet wird, wird dynamisch durch die momentane Verkehrslast bestimmt.
- Die Anzahl Zeitschlitze zum Durchlaufen des Baumes der Tiefe  $n$ :  $n_{max} = 2n + 1$ ;  $n_{min} = 3$ ;  
 $\bar{n} = \sum_{i=0}^{n-1} 2^{-(n-i)}(2n + 1 - 2i)$

## 7.4 Der Capture Effekt

Wenn zwei Stationen gleichzeitig senden, muss es nicht unbedingt zu einer Kollision kommen. Sofern das eine Signal sehr stark und das andere sehr schwach ist, kann das starke problemlos, fehlerlos erkannt werden. Damit kann der Durchsatz wiederum erhöht werden. (Dies gilt natürlich nur für nicht drahtgebundene Systeme, also Mobilfunk.)

Wenn Hindernisse für das schwache Signal verantwortlich sind, spricht man von langsamem, zeitvariantem Schwund (**long-term-fading**), wenn hingegen Überlagerungen der Wellen verantwortlich sind, spricht man von schnell-zeitvariantem Schwund (**short-term fading**).

Ein vereinfachtes, leistungsbezogenes Modell des Capture-Verhältnisses ist:

$$\gamma = \frac{P_1}{\sum_{i=2}^n P_i + P_N}$$

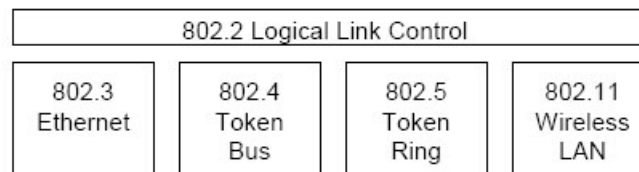
wobei  $P_k$  die beim Empfänger eintreffenden Signalleistungen von  $n$  verschiedenen Stationen sind.  $P_1$  sei die höchste Leistung,  $P_N$  die Rauschleistung. Der Capture Effekt tritt immer dann auf, wenn ein gewisser Schwellwert  $\gamma_s$  überschritten wird.

## 8 Beispiele zur Sicherungsschicht/MAC

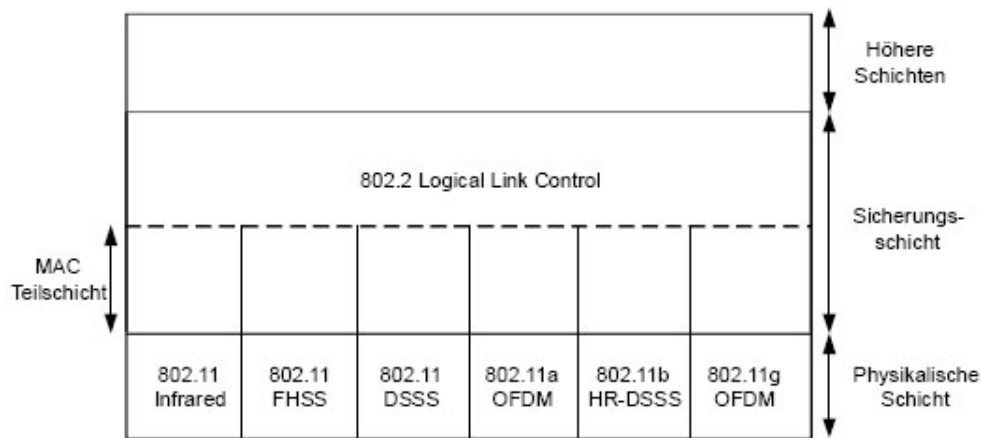
(Vergleiche ZF Communication Networks)

### 8.0.1 Wireless LAN

Beim WLAN hat sich der Standard von IEEE 802.11 durchgesetzt. Die verschiedenen IEEE 802 Standards unterscheiden sich in der physikalischen Schicht und im MAC-Protokoll, hingegen ist die obere Teilschicht der Sicherungsschicht bei allen 802 Standards gleich:



Der 802.11 Standard wurde durch mehrere Unterstandards (a,b,g) mit jeweils unterschiedlicher Signalisierung und/oder für den Betrieb in unterschiedlichen Frequenzbändern erweitert.



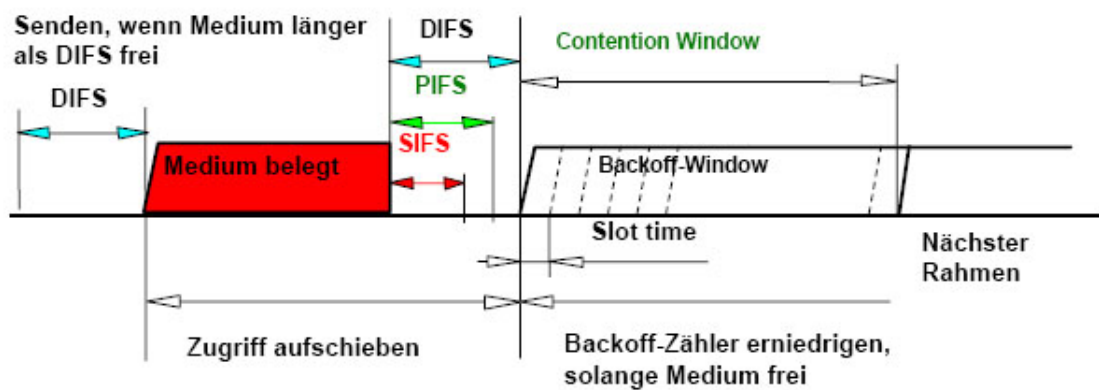
- **FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum):** 2.4 GHz ISM Band: 1 und 2 Mbit/s; 2GFSK (Gaussian Frequency Shift Keying), 4 GFSK, 79 Frequenzschlitze

- **HR-DSSS (High Rate Direct Sequence Spread Spectrum):** 2.4GHz ISM Band: 1,2,5,5, 11 Mbit/s (am weitesten verbreitet); DBPSK, DQPSK, 11-chip Barker Sequence
- **OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing):** 5GHz ISM Band: 6,9,12,18,24,36,48,56 Mbit/s; BPSK, QPSK, 16-QAM; 52 Unterträger → aufsplitten von z.B. 12 Mbit/s zu 120·100kbit/s

**Betriebsarten der MAC-Teilschicht** Grundsätzlich gibt es zwei Modi entweder den Ad-hoc-Modus oder den Infrastruktur-Modus

- **Ad-hoc-Modus:** Es ist keine zentrale Koordination vorhanden, anstattdessen wird der Kanalzugriff über die DCF (distributed coordination function) in der MAC-Teilschicht gesteuert.

Die DCF basiert auf dem CSMA/CD Protokoll



Eine Station sendet sofort, wenn der Kanal länger als eine Zeitspanne DIFS (Distributed Inter-Frame Space) frei erscheint. Ist der Kanal belegt, wartet die Station bis zum Ende der laufenden Übertragung und beginnt mit der Backoff-Prozedur.

Die **Backoff-Prozedur (exponential backoff)** bestimmt für die Station dann eine Zufallszahl, welche nur erniedrigt wird, wenn der Kanal frei ist. Diese Prozedur wird auch eingeleitet, wenn eine Station nach einer erfolgreichen Übertragung erneut senden möchte. Nach einer Kollision wird das Backoff-Fenster verdoppelt.

Durch die verschiedenen Zeitperioden DIFS, PIFS und SIFS wird eine Priorisierung vorgenommen, wobei PIFS für die PCF im Infrastruktur-Modus ist und die SIFS für Acknowledgements sind.

Ein Problem ist das **Hidden Node Problem**, bei dem Station A und B einander nicht sehen, aber gleichzeitig auf eine dritte Station C zugreifen wollen.

Um Kollisionen dennoch zu vermeiden kann der potentielle Sender ein RTS (request to send) schicken und der Empfänger quittiert dann mit einem CTS (clear to send). Daraufhin werden alle Stationen in der Reichweite des Empfängers ihren Kanalzugriff mindestens um eine in den RTS/CTS enthaltene Kanalbelegungsdauer (NAV network allocation vector) verzögern.

- **Infrastruktur-Modus:** Ein Access-Point übernimmt die zentrale Koordination der Kanalzugriff wird über PCF (point coordination function) in der MAC-Teilschicht gesteuert. Der Access-Point befragt dann die Stationen per polling nach Infos. Die Zuteilung der Zeitschlitze zu den einzelnen Stationen geschieht in einem periodisch wiederholten Beacon-Frame

## 8.1 Broadband Wireless

Die letzte Meile kann mit Broadband Wireless (IEEE 802.16) überbrückt werden; 10 und 66 GHz. Es gibt zwei Betriebsarten, FDD (frequency division duplex) oder TDD (time division duplex). Das

Broadband Wireless ist full duplex!!

Die Dienste von 802.16 sind Verbindungsorientiert. Der Uplink von den Stationen zum Access-Point kann in verschiedene Dienstklassen (QoS) eingeteilt werden. Je nachdem werden unterschiedliche MAC-verfahren angewendet.

- **Constant bit rate service:** (bsp für unkomprimierte Sprachübertragung)
- **Real-time variable bit rate service:** (bsp für komprimierte Multimedia Daten)
- **Non-real-time variable bit rate service:** (bsp zur Übertragung von grossen Dateien)
- **Best-effort service:** (alle Dienste die nicht auf kurze Delays und vorgegebene Rate angewiesen sind)

## 8.2 Bluetooth

Bluetooth charakterisiert sich durch die geringe Reichweite (max 10m). Es wird im ISM (industrial, scientific and medical) Band betrieben. IEEE hat für Bluetooth den Standard 802.15.1 bereit gestellt.

Bluetooth Knoten können sich zu einem Ad-hoc-Netzwerk zusammen schliessen. Dabei unterscheidet man zwischenn **Piconet** (Bis zu 8 Knoten die durch einen Master organisiert sind und durch eine bestimmte Hüpfrequenz FHSS ausgezeichnet sind) und dem **Scatternet** was dem Zusammenschluss mehrer Piconets gleichkommt.

Bluetoothgeräte können in einem Netz eine der folgenden Funktionen ausführen:

- **Master:** koordiniert sämtliche Übertragungen, muss in Reichweite aller Knoten sein
- **Slave:** reagiert auf Aufforderung des Masters
- **Parked:** momentan nicht aktiv, jedoch einem Netz zugeordnet.
- **Stand-by:** an keiner aktiven Kommunikation beteiligt und gehören zu keinem Piconet

Die Protokollarchitektur von Bluetooth stimmt nicht mit der OSI überein! Es wird aufgeteilt in:

1. **Application Layer:**
2. **Middleware Layer:** beinhaltet eine Sammlung von verschiedenen Protokoll-Blöcken, die gewisse Dienste zur Verfügung stellen. Z.B. RFcomm, das eine serielle Schnittstelle emuliert, Telephony, Audio, Control,...
3. **Data Link Layer:** beinhaltet u.a. die Sicherungsschicht, welche mit **Time division duplex** arbeitet (Zeitschlitz a  $625 \mu s$ ) und welche verschieden Arten von Links unterstützt. Bsp. **ACL** (asynchronous connection-less) für Paketorientierte Übertragung und **SCO** (synchronous connection oriented) für Echtzeitverkehr.
4. **Physical Layer:** beinhaltet das 2.4 GHz ISM Band mit 79 Kanälen zu je 1 MHz Bandbreite, benutzt **FHSS** mit 1600 Hops pro Sekunde, verwendet primär **binary GFSK** und hat einen Leistungsverbrauch von etwa 1 mW.

## 9 Vermittlungsschicht

Die Vermittlungsschicht stellt die Schnittstelle zur Transportschicht zur Verfügung. Sie dient der Abschirmung der Netztopologie von der Transportschicht. Sie ist verantwortlich für die Wahl eines Pfades (Routing) und gewährleistet den Übergang zwischen verschiedenartigen Netzen wie z.B: LAN und WAN.

## Verbindungstypen:

**Verbindungsloser Dienst** Jedes Paket wird einzeln ins Netz eingespielen.

- Pakete gehen nicht gleichen Weg.
- Pakete kommen nicht in gleicher Reihenfolge an.

**Verbindungsorientierter Dienst** Vor der Datenübertragung muss ein virtueller Pfad ausgearbeitet werden. Alle Pakete werden dann über diesen Pfad gesendet.

- Dies geschieht mittels einer VC (virtual circuit) Nummer, die einer Verbindung zugeordnet wird. (Bsp. ATM)
- 3 Phasen: Aufbau einer Verbindung, Datenübertragung, Abbau

## 9.1 Routing

Beim verbindungsorientierten Dienst wird das Routing einmalig beim Verbindungsaufbau festgelegt. Beim Verbindungslosen Dienst unterscheidet man wiederum zwei Arten:

**Statisches Routing** In einer Konfigurationsphase werden vor dem eigentlichen Betrieb alle Routen festgelegt.

**Dynamisches Routing** Während der Verbindung können Anpassungen auf allfällige Änderungen vorgenommen werden.

Um die optimalen Routen zu bestimmen können verschiedene Parameter wie z.B. **benötigte Hops**, **Verzögerungen (delays)** oder die **verfügbare Bandbreite** herangezogen werden. Es gilt dabei das **Optimierungsprinzip**:

**Wenn Router  $J$  auf dem optimalen Pfad von Router  $I$  zu Router  $K$  liegt, dann liegt der optimale Pfad von  $J$  nach  $K$  auf der gleichen Route.**

Aus dem Optimierungsprinzip folgt, dass die optimalen Routen von allen möglichen Quellen in einem Netz zu einer bestimmten Senke, einen Baum bilden (**Sink-tree**). Dieser kann mit dem Algorithmus von Dijkstra gebildet werden. (Wobei kleinere Kantenwerte bessere Performance bilden als grössere)

### 9.1.1 Shortest Path Routing

**Algorithmus von Dijkstra:**

1. Beginne bei Senke  $u$ : Ziel ist aufspannender Baum in dem alle Wege von  $u$  aus minimal sind.
2. Wähle den Nachbarn (noch nicht benutzte Ecke) irgend einer bereits benutzten Ecke für den gilt, dass die Strecke (über benutzte Ecken) von  $u$ , minimal ist.
3. Iteriere 2. (TIPP: Beschrifte bereits benutzte Ecken mit der Summe des min Weges bis dort hin.)

### 9.1.2 Flooding

Flooding ist ein statisches Routingverfahren:

**Algorithmus**

- Ein ankommendes Paket wird an alle ausgehende Links weitergeleitet, ausser an das von dem es herkam.
- Da evt. die Netztopologie Ringe aufweist, müssen die Pakete mit einer Sequenznummer versehen werden. Kommt das gleiche Paket zweimal am gleich Knoten an, wird es umgehend gelöscht.

Flooding erreicht dadurch, dass immer der kürzeste / schnellste Pfad benutzt wird, erzeugt aber unverhältnismässig viel Verkehr, was ihn für kleine Netzwerke beschränkt.

Falls von der Netzwerktopology etwas bekannt ist, ist es möglich, das Flooding auf **Selective Flooding** zu erweitern, d.h. die Pakete werden nur noch an Links weitergeleitet, bei denen vermutet wird, dass sie zum Ziel führen. Dadurch entsteht weniger Verkehr, jedoch hat man keine Garantie mehr, dass das Paket ankommt.

### 9.1.3 Distance Vector Routing

Dies ist ein dynamischer Routing Algorithmus. Jeder Router unterhält dabei eine Tabelle (Vektor) mit der kürztesten, bekannten Distanz zu jedem Ziel und den dazugehörigen abgehenden Link. Die Voraussetzung ist, dass jeder Router seine unmittelbaren Nachbarn (inkl. Metrik) kennt. Diese Tabelle wird dann periodisch mit den Nachbarn ausgetauscht und diese übernehmen positive Änderungen.

Ein bekanntes Problem ist das **Count-to-Infinity** Problem, wobei es vorkommen kann, dass bei einem Ausfall von einem Knoten, die anderen denken er sei über jeweils einen dritten vorhanden. Dadurch schaukelt sich die Metrik immer mehr hoch für den ausgefallenen Knoten, wobei nach einer gewissen Grenze abgebrochen wird und der Knoten als nicht vorhanden akzeptiert wird.

(Distance Vector Routing wurde im ARPANET (Vorgänger des Internet) bis 1979 eingesetzt. Unter anderem wegen dem Count-to-Infinity Problem und einer nicht optimal gewählten Metrik wurde es durch Link State Routing ersetzt.)

### 9.1.4 Link State Routing

Link State Routing besteht aus 5 Teilen:

1. Ermittlung der Nachbar-Router: mittels speziellen Hallo-Paketen.
2. Ermittlung der Leitungskosten: mittels pings beispielsweise
3. Erstellen von Link-State-Paketen: enthält die Adresse des Routers, eine Sequenznummer, das Alter des Pakets und eine Liste der Nachbarn mit den entsprechenden Leitungskosten.
4. Verteilen von Link-State-Paketen: mittels Flooding
5. Ermittlung der kürzesten Pfade: bei LSR ist also die gesamte Netzwerktopologie jedem Router bekannt. Dadurch kann mittels Dijkstra wieder der kürzeste Pfad berechnet werden.

### 9.1.5 Hierarchisches Routing

Mit zunehmender Netzgröße, werden auch die Tabellen grösser. Um das zu minimieren dient das hierarchische Routing. Dabei wird das grosse Netz in kleinere Regionen (evt sogar hierarchisch in Cluster, Zonen, Gruppen) unterteilt. So muss nur die Tabelle für die kleine Region und der entsprechende Grenzrouter bekannt sein.

Laut Kamoun und Kleinrock liegt die optimale Zahl der Stufen bei  $\ln(N)$ , wobei  $N$  die Anzahl der Knoten ist. Dazu sind im Durchschnitt  $e \cdot \ln(N)$  Eintragungen pro Router nötig. Ein Nachteil ist natürlich, dass dadurch der optimale Pfad nicht garantiert ist!

## 9.2 Congestion Control Algorithmus

Bei der Congestion Control liegt der Fokus auf dem Netz. Erhält ein Router eine grosse Anzahl von Paketen die zum gleichen Ausgang sollen, oder wenn er zuviel Zeit bzw zuviel Ressourcen für die Suche in seinen Tabellen verbraucht, dann kann es zu einer Überlastung kommen.

Es gibt grundsätzlich die folgenden 2 Ansätze für CC Algorithmen:

- **Open loop Ansatz:** Durch präventive Massnahmen (Bsp verwerfen von Paketen, zurückweisen von Verbindungen) oder Scheduling von gemeinsam genutzten Ressourcen kann eine Überlastung verhindert werden.
- **Closed loop Ansatz:** Prävention durch Überwachung des Systems und Weitergabe der Informationen an Stellen wo Massnahmen ergriffen werden können.

daraus ergibt sich für ...

- **...verbindungsorientierte Netze:** Neue Verbindungen werden nur akzeptiert, wenn genügend Ressourcen vorhanden. / Oder entsprechende Wahl der Routen.
- **...verbindungslose Netze:** Sender Informieren durch sogenannte CHOKe-Pakete, damit der Sender die Rate reduzieren kann. / Gezielt Pakete Verwerfen, so dass bsp. TCP automatisch die Rate reduziert.

### 9.3 Quality of Service

Verschiedene Anwendungen haben unterschiedliche Anforderungen an Verbindungen wie Zuverlässigkeit, Verzögerung, Jitter (=Schwankungen) und Bit-Rate.

Die Anforderungen werden in QoS-Klassen zusammengefasst:

1. constant bit rate (Telefonie)
2. real-time variable bit rate (Videokonferenz)
3. non-real-time variable bit rate (Video übers Internet)
4. available bit rate (file transfer)

Verfahren um QoS zu gewährleisten sind:

- genügend Kapazität zur Verfügung stellen, dass sicher keine Verzögerungen auftreten (teuer)
- im Empfänger kann Puffer den Jitter zu Lasten der Verzögerung ausgleichen
- traffic shaping: Netz akzeptiert nur Verkehr der gewissen Vorgaben entspricht, nicht konformer Verkehr wird geglättet (Pufferung, löschen von Paketen)
- benötigte Ressourcen werden im Netz reserviert
- Admission control: Verbindung wird nur akzeptiert, falls genügend Ressourcen vorhanden sind
- Packet scheduling: zeitliche Abfolge der Zuordnung von Ressourcen kann durch Scheduler entsprechend den Anforderungen vorgenommen werden

**Beispiel Token Bucket Algorithmus:** Verhindert, dass eine geg. Rate im Mittel nicht überschritten wird. (traffic shaping)

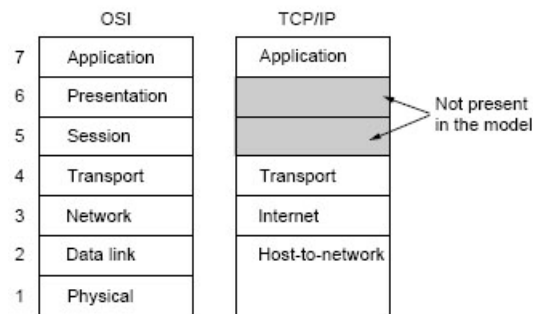
In einem virtuellen Eimer fliessen in regelmässigen Abständen  $\Delta T$  Token. Ein Token im Eimer berechtigt zur Übertragung von  $k$  Bytes. Die Token sammeln sich bis zu einer maximalen Anzahl  $N_{max}$  an.

→ mittlere Rate überschreitet  $k/\Delta T$  Bytes nicht.

→ es können maximal  $kN_{max}$  Bytes als Burst übertragen werden.

## 10 Beispiel: Vermittlungsschicht im Internet

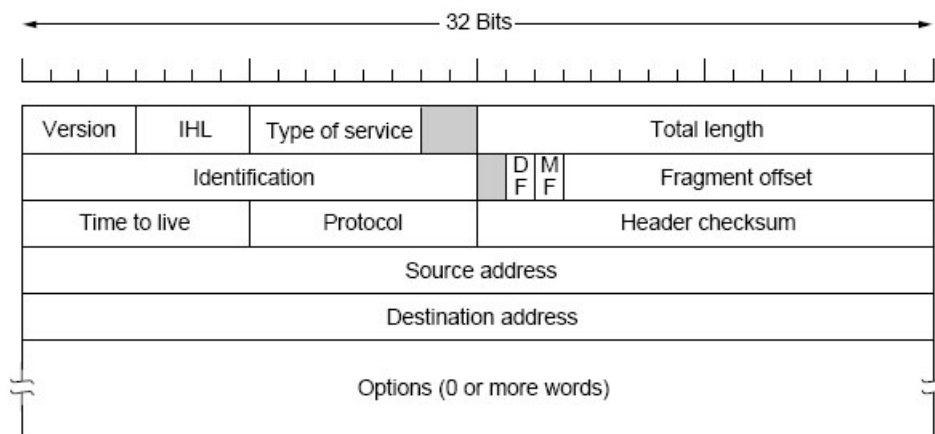
Das Internet besteht aus einem Zusammenschluss verschiedenster Netzwerke. Das Rückrad ist das TCP/IP Protokoll, bestehend aus den 4 Schichten:



- **Application Layer:** FTP, SMTP, DNS
- **Transport Layer:** TCP, UDP
- **Internet Layer:** IP
- **Host-to-network Layer:** Ethernet, Token-ring, WLAN,...

### 10.1 IP - Internet Protokoll

IP Pakete (=Datengramme) bestehen aus dem IP-Header (20 Bytes + Options) und bis zu  $2^{16}$  Bytes Daten. Das IP ist verbindungslos und ist für Datenaustausch über die Grenzen eines Subnetzes verantwortlich. Das erfordert, dass z.B. auch Pakete fragmentiert werden können, da unterschiedliche Netzwerke auch unterschiedliche Packetlängen unterstützen.



IHL... Länge des Headers in  $x \cdot 32$

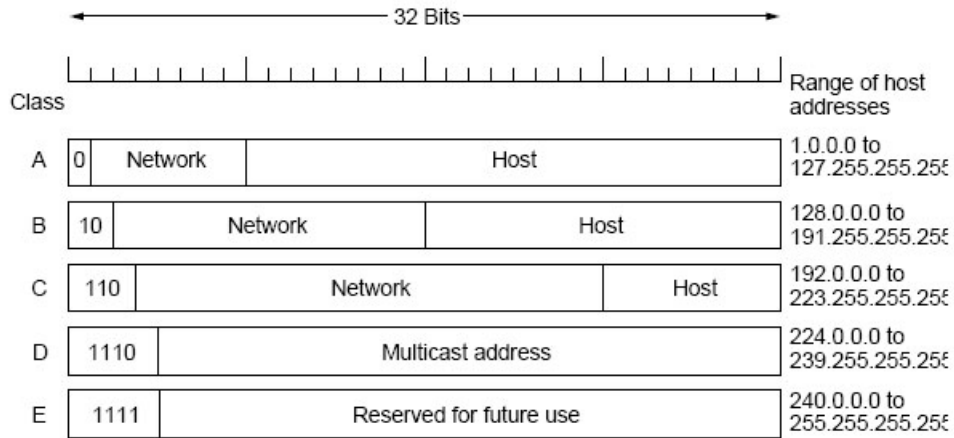
Type of Service... Dienstklasse (Zuverlässigkeit, Verzögerung, Durchsatz)

Identification... Bestimmt das Datengramm zu dem ein Fragment gehört

Protocol... TCP oder UDP

Options... Zusätzliches Feld für weitere Angaben wie die Wahl einer konkreten Route durch das Netz oder die Bestimmung der Sicherheit des Pakets.

Es sind verschiedene Klassen von IP Adressen definiert:



Die IP Adressen werden weltweit zentral durch die ICANN (Internet Corporation for Assigned Names and Numbers) verwaltet.

### 10.1.1 IP Ranges

#### Klasse A

- Die Netzwerkadresse ist 7 Bit lang. Allerdings sind [000 0000] als Standard-Route und [011 1111] für die Loopback Funktion reserviert:  $2^7 - 2 = 126$
- Die Hostadresse ist 24 Bit lang. Allerdings sind [0...0] als Standard-Route und [1...1] für die Loopback Funktion reserviert:  $2^{24} - 2$

#### Klasse B

- Die Netzwerkadresse ist 16 Bit lang, wobei die ersten 2 Bit auf [10] festgesetzt sind. Es können  $2^{14} - 2 = 16382$  Netzwerke der Klasse B adressiert werden.
- Die Hostadresse ist 16 Bit lang. Allerdings sind [0...0] als Standard-Route und [1...1] für die Loopback Funktion reserviert:  $2^{16} - 2$

#### Klasse C

- Die Netzwerkadresse ist 24 Bit lang, wobei die ersten 3 Bit auf [100] festgesetzt sind. Es können  $2^{21} - 2 = 2097150$  Netzwerke der Klasse C adressiert werden.
- Die Hostadresse ist 8 Bit lang. Allerdings sind [0...0] als Standard-Route und [1...1] für die Loopback Funktion reserviert:  $2^8 - 2$

## 10.2 Internet Steuerprotokolle

Zusätzlich zu IP, das dem Datentransfer dient, werden in der Vermittlungsschicht verschiedene Steuerprotokolle eingesetzt:

- ICMP-Internet Control Message Protocol
- ARP-Address Resolution Protocol
- RARP-Reverse Address Resolution Protocol
- BOOTP-Bootstrap Protocol
- DHCP-Dynamic Host Configuration Protocol

Diese Steuerprotokolle dienen unter anderem der Ermittlung von IP-Adressen und der Übertragung von Zustandsinformationen zwischen verschiedenen Hosts und Routern.

## 10.3 Routing im Internet

Das Routing im Internet ist in zwei Bereiche gespalten.

- **Interior gateway protocol:** Dieser Bereich umschliesst die mittleren bis grossen Netzwerke auch AS (autonomous systems) genannt wie Universitäten und Firmen. Es wird mehrheitlich das OSPF verwendet.
- **Exterior gateway protocol:** Verbindet die AS mittels dem BGP

### 10.3.1 OSPF Open Shortest Path First

Dies ist ein Nachfolger vom Link State Protokoll. Es unterstützt Anforderungen bezüglich verschiedenen Metriken, Dynamik im Algorithmus, Lastausgleich, hierarchisches Routing und Sicherheitsmechanismen. Und das bei allen 3 Verbindungstypen (Punkt zu Punkt; Mehrfachzugriffsnetze mit und ohne broadcast).

**Funktionsweise:** Es verteilt wie Link State, periodisch Update-Nachrichten an die Nachbarn. Zusätzlich muss aber mindestens ein Knoten als Übergang zum Backbone bekannt sein (AS boundary router). Falls ein Paket an eine Adresse ausserhalb des AS verschickt werden soll, wird es zuerst zum boundary Router geleitet und dann mittels des exterior gateway protocol zum Ziel-AS weitergeleitet.

### 10.3.2 BGP Border Gateway Protocol

**Funktionsweise:** Es handelt sich um eine Variante des Distance-Vector-Protocols, es werden aber auch die Pfade bis zum Zielknoten abgespeichert. Dadurch kann das Count-to-Infinity Problem behoben werden.

## 10.4 IPv6

Siehe Communication Networks...

## 11 TIPPs und TRICKs

---

### Zentrales Grenzwert Theorem

$n$  Ziehungen von gleichverteilten ZVs ergibt eine Normalverteilung:

1. Berechne die Varianz  $\sigma^2$  der gleichverteilten ZV und den Erwartungswert.
2. Berechne daraus den gemeinsamen Erwartungswert und die gemeinsame Varianz
3. Es folgt die Verteilung  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

---

### Fourier Reihe

Denke daran, dass jedes Signal  $y(t) = u(t) * h(t)$  mit einer Eingangsfunktion  $u(t)$  welche aus Pulsen besteht, als die Fourier-Reihe der Form

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H(j\frac{2\pi k}{T}t) c_{u,k} e^{j\frac{2\pi k}{T}t}$$

mit den Fourier-Koeffizienten

$$c_{u,k} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) e^{-j\frac{2\pi k}{T}t}$$

dargestellt werden kann.

---

### Hilbert-Transformation

Unter der Hilbert-Transformation  $H\{\dots\}$  eines Signals  $g(t)$  verstehen wir die Faltung von  $g(t) * \frac{1}{\pi t}$  was im Fourierbereich  $-G(f) \cdot j \cdot \text{sgn}(f)$  entspricht. Es gilt die Eigenschaft:

$$H\{s(t)u(t)\} = s(t)H\{u(t)\}$$

---

Denke daran, dass das *SNR* meist in *dB* angegeben wird!

Für die Energie gilt:  $10 \log_{10} x = x[\text{dB}]$

Für die Amplitude gilt:  $20 \log_{10} x = x[\text{dB}]$

---

Unter einem **symmetrischen Kanal** verstehen wir einen gedächtnislosen Kanal indem die Wahrscheinlichkeiten gleich (symmetrisch) verteilt sind.

---

**Pulse Code Modulation (PCM)** definiert ein analoges Signal, das binär codiert wird. PCM entspricht somit einer Rechteckfolge mit evt. unterschiedlichen Höhen der Rechteckimpulse.

---

**Der Störabstand** ist definiert als der Abstand zwischen dem erkannten Nutzsignal und dem ungewollten Störsignal.

---

**Der Korrelator** multipliziert zwei Signale miteinander und integriert dies über eine Periode.

---

Die Kabellänge (Bsp Ethernet/LAN) ergibt sich aus der mittleren Paketlänge  $T_p$  der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium  $c_m$  und dem Protokollspezifischen Verhältnis von  $\alpha = \frac{\text{max. Laufzeit}}{\text{mittl. Übertragungsdauer}}$  durch:

$$l \leq T_p \cdot \alpha \cdot c_m$$

---

Unter einem **Datengrammnetz** verstehen wir, dass jedes Paket unabhängig von seinem Vorgänger befördert wird und keine Routen im Voraus festgelegt werden.

---

Protokoll wird vereinfacht, Routingtabellen verkleinert, höhere Sicherheit gewährleistet und verschiedene Dienstarten besser unterstützt  
 Kompakter Header (nur 7 Felder) verringert Arbeit in Routern: Traffic class (QoS-Anforderung), Flow label (Eigenschaften von virtuellen Verbindungen), Payload length (Länge des Pakets ohne Header), Next Header (Verweis auf zusätzliche Header), Hop limit

## 11. BEISPIELE UND TIPPS

### 11.1. Varianz des Rauschens.

Rauschen mit  $\phi(f) = \frac{N_0}{2}$

bestimme Varianz des Rauschens nach Bandpass  $H = G \cdot (\text{rect}(\frac{f-f_0}{B}) + \text{rect}(\frac{f+f_0}{B}))$  :

- (1) Leitungssichte nach Bandpass:  $\phi_0(f) = \phi(f) \cdot |H(f)|^2$
- (2)  $\sigma_w^2 = P_w = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_0(f) df = 2 \frac{N_0}{2} G^2 B = N_0 G^2 B$

### 11.2. Fehlerwahrscheinlichkeit.

$x(t) = c \cdot s(t) + w(t)$ ,  $w(t)$  weisses Rauschen mit  $\phi(f) = \frac{N_0}{2}$ ,  $s(t)$  4-PAM Signal mit Amplitude  $s_n$

$y(t) = x(t) * h(t)$  wobei  $h(t)$  matched filter ist

Entscheidungsschwellen für  $y(kT)$  sind  $\lambda_0 = -2c$ ,  $\lambda_1 = 0$ ,  $\lambda_2 = 2c$

bestimme mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit:

- (1)  $E[y(kT)] = cs_n$
- (2)  $Var(y(kT)) = E[y(kT)^2] - E[y(kT)]^2$   
 $= \int_0^T \int_0^T h(\tau)h(\tau') E[w(kT - \tau)w(kT - \tau')] d\tau d\tau'$   
 $= \frac{N_0}{2} \int_0^T h(\tau)^2 d\tau = \frac{N_0}{2}$
- (3)  $y(kT)$  ist Normalverteilung mit  $\mathcal{N}(cs_n, \frac{N_0}{2})$   
 $\hat{y} = y(kT) - cs_n \rightarrow$  Normalverteilung mit  $\mathcal{N}(0, \frac{N_0}{2})$
- (4)  $p(s_n) = \frac{1}{4}$
- (5)  $p(\text{corr}|cs_n = c) = p(\text{corr}|cs_n = -c) = p(-c \leq \hat{y} \leq c)$   
 $= 1 - \frac{1}{2} \text{erfc}(\frac{c}{\sqrt{N_0}}) - \frac{1}{2} \text{erfc}(\frac{c}{\sqrt{N_0}})$
- (6)  $p(\text{err}|cs_n = c) = p(\text{err}|cs_n = -c) = 1 - p(\text{corr}|cs_n = c) = \text{erfc}(\frac{c}{\sqrt{N_0}})$
- (7)  $p(\text{err}|cs_n = -3) = p(\hat{y} \geq c) = p(\text{err}|cs_n = 3) = p(\hat{y} \leq -c)$   
 $= \frac{1}{2} \text{erfc}(\frac{c}{\sqrt{N_0}})$
- (8)  $\Rightarrow p(\text{err}) = \frac{3}{4} \text{erfc}(\frac{c}{\sqrt{N_0}})$

### 11.3. Autokorrelationsfunktion.

Autokorrelationsfunktion  $\varphi(\tau)$  des Signals  $n(t)$  mit Leistungsdichte  $\phi_n(\omega)$  ist  $\varphi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n(\omega) \cdot e^{j\omega\tau}$

### 11.4. Signal zu Rausch-Verhältnis.

$f(t) = d(t) + n(t)$  mit  $d(t) = A \sum_{-\infty}^{\infty} d_k p(t - kT)$ ,  $p(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$

$d_k \in \{0, 1\}$ ,  $n(t)$  ist in  $|n| < n_0$  gleichverteiltes Rauschen

$$P(d_k = 1) = 0.4$$

bestimme Signal-/Geräuschleistungsverhältnis:

$$(1) S = 0.4A^2$$

$$(2) p(n) = \begin{cases} \frac{1}{2n_0}, & |n| \leq n_0 \\ 0, & |n| > n_0 \end{cases}$$

$$(3) N = \sigma_n^2 = \langle n^2(t) \rangle = \frac{1}{2n_0} \int_{-n_0}^{n_0} n^2 dn = \frac{n_0^2}{3}$$

$$(4) \frac{S}{N} = \frac{0.4A^2}{\frac{n_0^2}{3}} = \frac{6A^2}{5n_0^2}$$

### 11.5. Zentrales Grenzwerttheorem.

$U_1, \dots, U_4$  statistisch unabhängig und im Intervall  $[-1,1,1,1]$  gleichverteilt  
bestimme W'keit, dass  $U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$  einen Wert im Intervall  $[-1,1]$  annimmt:

$$(1) E[U_i] = 0$$

$$(2) \sigma_i^2 = \int_{-1,1}^{1,1} \frac{x^2}{2,2} dx = 0.4$$

(3) da  $U_i$  unabhängig:

$$m = E[U] = \sum_i E[U_i] = 0 \quad \text{sigma}^2 = \sum_i \sigma_i^2 = 1.6$$

$$(4) p_U \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\rightarrow P(-1 \leq U \leq 1) = \int_{-1}^1 p_U(x) dx = Q\left(\frac{-1}{\sigma}\right) - Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) = 1 - 2 \cdot Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$$

### 11.6. CRC-Code.

Nachricht 11001001 soll übertragen und mittels CRC Polynom  $x^3 + 1$  geschützt werden

bestimme zu versendende Bitfolge mit Polynomdivision:

$$(1) \text{ Nachricht } N = x^7 + x^6 + x^3 + 1$$

CRC-Polynom  $C = x^3 + 1$  hat Grad 3, also muss  $N$  mit  $x^3$  multipliziert werden  $\rightarrow P = x^{10} + x^9 + x^6 + x^3$

(2) Polynomdivision:

$$11001001000 : 1001 \pmod{2} = 10110010 \quad \text{Rest } 011$$

(3) Rest von  $P$  abziehen (modulo 2):  $\rightarrow 1100 \ 1001 \ 011$

### 11.7. Durchsatz.

fehlerfreier Kanal mit 64kBit/s zur Übertragung von Rahmen mit 512 Byte in eine Richtung

Rückbestätigung ist vernachlässigbar klein, round trip time (Zeit bis Bestätigung bei Sender ankommt) betrage 540 ms

bestimme maximalen Durchsatz für Fenstergrößen 1,7,9,15:

$$(1) \text{ Rahmen belegt Kanal für } \frac{512 \cdot 8}{64000} = 64 \text{ms}$$

(2) Fenstergröße 1 gibt Datenrate von  $\frac{512 \cdot 8}{540} = 7585$  bit/s, was Durchsatz von  $\frac{7585}{64000} = 0.12$  ergibt

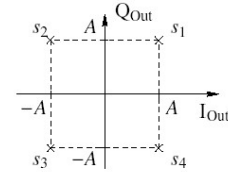
(3) für Fenstergröße 7 ergibt sich 0.83

(4) für Fenstergröße 9 ist Kanal voll ausgelastet da  $\frac{540 \text{ms}}{64 \text{ms}} = 9$ , somit ist der Durchsatz für Fenstergrößen  $\geq 9$  gleich 1

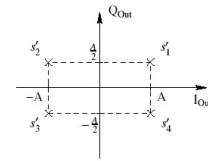
### 11.8. Symbolkonstellation bei QPSK.

bestimme Auswirkungen von Hardware-Imperfektionen auf Symbolkonstellationen und Symbolfehlerwahrscheinlichkeit:

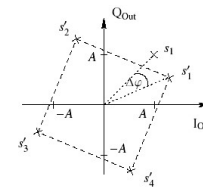
ursprüngliche Konstellation



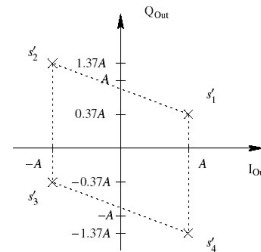
Verstärkungsfaktor im Q-Zweig beträgt nur die Hälfte des Sollwerts  $\rightarrow$  Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ändert sich nicht, da Rauschen gleich skaliert



lokaler Oszillator fügt Phasenoffset von  $\frac{\pi}{8}$  ein  $\rightarrow$  Fläche unter Fehlerfunktion steigt, da Symbole näher an Entscheidungsgrenzen rücken



Phasendrehung im Demodulator beträgt nicht  $90^\circ$  sondern nur  $60^\circ \rightarrow$  Entscheidungsregionen bleiben unverändert, aber Punkte verschieben sich, weshalb Symbolfehlerrate steigt



lokaler Oszillator besitzt unbekanntes Frequenzoffset  $\Delta f$ , der viel kleiner als Symbolrate ist  $\rightarrow$  Symbolfehlerrate steigt selbstverständlich, da Symbolkonstellation rotiert mit  $\Delta f$

